Analisi Numerica e Modellazione Geometrica - parte A; 8 gennaio 2020

(1) (7 p.) Sia fissato nel piano $\mathcal{E}^2$ un sistema di riferimento ortogonale monometrico e siano identificati $\mathcal{E}^2$ e $\mathcal{V}_o^2$ con $\mathbb{R}^2$. Sono date le rette
r per il punto $(4, 4)$ avente vettore direttore $(2, 1)$,
s di equazione cartesiana $3x - y - 3 = 0$;
(a) Si scriva un'equazione cartesiana di r ed un'equazione parametrica di s. (b) Si determini il punto d'intersezione fra r ed s in due modi, in uno dei quali usando solo le equazioni parametriche di r ed s.

(2) (8 p.) Siano

$$\begin{aligned} F &: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2, \quad F(x, y) = (x - y, x - 2y) \\ G &: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3, \quad G(x, y) = (x + y, x + 2y, x + 3y) \\ H &: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, \quad H(x, y, z) = (z, y, x) \end{aligned}$$

(a) Si determini se possibile l'applicazione composta $G \circ F$; lo si faccia in due modi: usando la rappresentazione con matrici ed usando solo la definizione di funzione composta.
(b) Analogamente per $G \circ H$.
(b) Si inverta se possibile l'applicazione F; lo si faccia in due modi: usando la rappresentazione con matrici ed usando solo la definizione di applicazione inversa.

(3) (8 p.) Sia fissato nello spazio $\mathcal{E}^3$ un sistema di riferimento ortogonale monometrico e siano identificati $\mathcal{E}^3$ e $\mathcal{V}_o^3$ con $\mathbb{R}^3$. Sono date la retta r passante per i punti $(1, 1, 1)$ e $(2, -1, 4)$ e le rette r_1, r_2, r_3 di equazioni parametriche rispettive

$$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - 2t \\ z = 1 - 3t \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 1 - 3t \end{cases} \quad \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$$

(a) Per ciascuna retta r_i si dica se parallela alla retta r e in caso affermativo si dica se coincide con r. (b) Per ciascuna retta r_i si dica se sghemba con la retta r e in caso affermativo si scriva l'equazione di un piano per r_i parallelo ad r e si calcoli la distanza fra r_i ed r.

(4) (7 p.) Sono date la base di $\mathbf{R}^2$ $\overline{\mathbf{e}}_1 = (2, 1)$, $\overline{\mathbf{e}}_2 = (1, 1)$ e lo scaling $\mathrm{S} = \mathrm{S}_{2,-3}$. Si scriva l'applicazione $\overline{\mathrm{S}}$ che rappresenta S rispetto alla base $\overline{\mathbf{e}}_1, \overline{\mathbf{e}}_2$ e si effettui una verifica usando il determinante.

(5) (3 p) E data la funzione

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{1}{3}\, x^3 - \frac{5}{2}\, x^2 + 6x.$$

Si calcoli fa funzione derivata di f, si determinino gli intervalli sui quali f e crescente o decrescente e gli eventuali suoi punti di minimo o massimo relativo e si scriva un'equazione della retta tangente al grafico di f nel suo punto di ascissa 1.