

- (1) (7 p.) Sia fissato nel piano \mathcal{E}^2 un sistema di riferimento ortogonale monometrico e siano identificati \mathcal{E}^2 e \mathcal{V}_o^2 con \mathbb{R}^2 . Sono date le rette r per il punto $(4, 4)$ avente vettore direttore $(1, 2)$, s di equazione cartesiana $x - 3y + 3 = 0$;
- (a) Si scriva un'equazione cartesiana di r ed un'equazione parametrica di s . (b) Si determini il punto d'intersezione fra r ed s in due modi, in uno dei quali usando solo le equazioni parametriche di r ed s .

- (2) (8 p.) Siano

$$\begin{aligned} F : \mathbb{R}^3 &\rightarrow \mathbb{R}^3, & H(x, y, z) &= (z, y, x) \\ G : \mathbb{R}^3 &\rightarrow \mathbb{R}^2, & G(x, y, z) &= (x + y + z, x + 2y + 3z) \\ H : \mathbb{R}^2 &\rightarrow \mathbb{R}^2, & F(x, y) &= (x + y, -x - 2y) \end{aligned}$$

- (a) Si determini se possibile l'applicazione composta $H \circ G$; lo si faccia in due modi: usando la rappresentazione con matrici ed usando solo la definizione di funzione composta.
- (b) Analogamente per $F \circ G$.
- (b) Si inverta se possibile l'applicazione H ; lo si faccia in due modi: usando la rappresentazione con matrici ed usando solo la definizione di applicazione inversa.

- (3) (8 p.) Sia fissato nello spazio \mathcal{E}^3 un sistema di riferimento ortogonale monometrico e siano identificati \mathcal{E}^3 e \mathcal{V}_o^3 con \mathbb{R}^3 . Sono date la retta r passante per i punti $(1, 1, 1)$ e $(4, -1, 2)$ e le rette r_1, r_2, r_3 di equazioni parametriche rispettive

$$\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 - 2t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 1 + 2t \\ z = 2 - t \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$$

- (a) Per ciascuna retta r_i si dica se parallela alla retta r e in caso affermativo si dica se coincide con r . (b) Per ciascuna retta r_i si dica se sghemba con la retta r e in caso affermativo si scriva l'equazione di un piano per r_i parallelo ad r e si calcoli la distanza fra r_i ed r .
- (4) (7 p.) Sono date la base di \mathbf{R}^2 $\bar{\mathbf{e}}_1 = (1, 2)$, $\bar{\mathbf{e}}_2 = (1, 1)$ e lo scaling $S = S_{-3,2}$. Si scriva l'applicazione \bar{S} che rappresenta S rispetto alla base $\bar{\mathbf{e}}_1, \bar{\mathbf{e}}_2$ e si effettui una verifica usando il determinante.

- (5) (3 p) E data la funzione

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{1}{3} x^3 + \frac{5}{2} x^2 + 6x.$$

Si calcoli la funzione derivata di f , si determinino gli intervalli sui quali f è crescente o decrescente e gli eventuali suoi punti di minimo o massimo relativo e si scriva un'equazione della retta tangente al grafico di f nel suo punto di ascissa -1 .