

- (1) (7 p.) Sia fissato nel piano  $\mathcal{E}^2$  un sistema di riferimento ortogonale monometrico e siano identificati  $\mathcal{E}^2$  e  $\mathcal{V}_o^2$  con  $\mathbb{R}^2$ . Sono date le rette  $r$  per il punto  $(4, 4)$  avente vettore direttore  $(1, 2)$ ,  $s$  di equazione cartesiana  $x - 3y + 3 = 0$ ;
- (a) Si scriva un'equazione cartesiana di  $r$  ed un'equazione parametrica di  $s$ . (b) Si determini il punto d'intersezione fra  $r$  ed  $s$  in due modi, in uno dei quali usando solo le equazioni parametriche di  $r$  ed  $s$ .

- (2) (8 p.) Siano

$$\begin{aligned} F : \mathbb{R}^3 &\rightarrow \mathbb{R}^3, & H(x, y, z) &= (z, y, x) \\ G : \mathbb{R}^3 &\rightarrow \mathbb{R}^2, & G(x, y, z) &= (x + y + z, x + 2y + 3z) \\ H : \mathbb{R}^2 &\rightarrow \mathbb{R}^2, & F(x, y) &= (x + y, -x - 2y) \end{aligned}$$

- (a) Si determini se possibile l'applicazione composta  $H \circ G$ ; lo si faccia in due modi: usando la rappresentazione con matrici ed usando solo la definizione di funzione composta.
- (b) Analogamente per  $F \circ G$ .
- (b) Si inverta se possibile l'applicazione  $H$ ; lo si faccia in due modi: usando la rappresentazione con matrici ed usando solo la definizione di applicazione inversa.

- (3) (8 p.) Sia fissato nello spazio  $\mathcal{E}^3$  un sistema di riferimento ortogonale monometrico e siano identificati  $\mathcal{E}^3$  e  $\mathcal{V}_o^3$  con  $\mathbb{R}^3$ . Sono date la retta  $r$  passante per i punti  $(1, 1, 1)$  e  $(4, -1, 2)$  e le rette  $r_1, r_2, r_3$  di equazioni parametriche rispettive

$$\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 - 2t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 1 + 2t \\ z = 2 - t \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$$

- (a) Per ciascuna retta  $r_i$  si dica se parallela alla retta  $r$  e in caso affermativo si dica se coincide con  $r$ . (b) Per ciascuna retta  $r_i$  si dica se sghemba con la retta  $r$  e in caso affermativo si scriva l'equazione di un piano per  $r_i$  parallelo ad  $r$  e si calcoli la distanza fra  $r_i$  ed  $r$ .
- (4) (7 p.) Sono date la base di  $\mathbf{R}^2$   $\bar{\mathbf{e}}_1 = (1, 2)$ ,  $\bar{\mathbf{e}}_2 = (1, 1)$  e lo scaling  $S = S_{-3,2}$ . Si scriva l'applicazione  $\bar{S}$  che rappresenta  $S$  rispetto alla base  $\bar{\mathbf{e}}_1, \bar{\mathbf{e}}_2$  e si effettui una verifica usando il determinante.

- (5) (3 p) E data la funzione

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{1}{3} x^3 + \frac{5}{2} x^2 + 6x.$$

Si calcoli la funzione derivata di  $f$ , si determinino gli intervalli sui quali  $f$  è crescente o decrescente e gli eventuali suoi punti di minimo o massimo relativo e si scriva un'equazione della retta tangente al grafico di  $f$  nel suo punto di ascissa  $-1$ .