Analisi Numerica e Modellazione Geometrica - parte A; 28 gennaio 2020; (1)

(1) (8 p.) Fissato nel piano $\mathcal{E}^2$ un sistema di riferimento ortogonale monometrico, siano identificati $\mathcal{E}^2$ e $\mathcal{V}_o^2$ con $\mathbb{R}^2$. Sono date le rette

$$r : \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -1 - t \end{cases}$$

$$r_1 : \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 1 + \ \ t \end{cases} \quad r_2 : \begin{cases} x = \ \ \ 4 + 4t \\ y = -1 - 2t \end{cases} \quad r_3 : x + 2y + 4 = 0$$

(a) Per ciascuna retta r_i si dica se è incidente, paralllela in senso stretto, oppure coincidente con r. (b) Nel primo caso, si determini il punto di intersezione e nel secondo caso la distanza fra le due rette.

(2) (7 p.) Si considerino la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

e la corispondente applicazione lineare $\mathrm{L} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$.
(a) Si calcoli la matrice inversa A^{-1} e si effetui una verifica usando la definizione di matrice inversa. (b) Si scrivano l'immagine secondo L del generico vettore di $\mathbb{R}^3$ e le immagini secondo L^{-1} dei vettori della base canonica di $\mathbb{R}^3$.

(3) (8 p) Fissato nello spazio $\mathcal{E}^3$ un sistema di riferimento ortogonale monometrico, siano identificati $\mathcal{E}^3$ e $\mathcal{V}_o^3$ con $\mathbb{R}^3$. Siano:
π il piano di equazione cartesiana $x + y + z = 3$;
r la retta per i punti $(1, -1, 2)$ e $(2, 1, -1)$;
σ il piano per i punti $(0, 1, 1)$, $(1, 0, 2)$, $(1, 3, 0)$.
(a) Si scriva un'equazione parametrica di r e si stabilisca se r è incidente, parallela in senso stretto oppure contenuta in π. (b) Si scriva un'equazione cartesiana di σ, si determini un'equazione parametrica della retta di intersezione fra σ e π, si verifichi la correttezza di questa equazione.

(4) (7 p.) Fissato nello spazio $\mathcal{E}^3$ un sistema di riferimento ortogonale monometrico destrorso, siano identificati $\mathcal{E}^3$ e $\mathcal{V}_o^3$ con $\mathbb{R}^3$. Sia r la retta passante per il punto $(0, 0, 0)$ con vettore direttore $(0, 2, -1)$.
(a) Si determini l'applicazione $\mathrm{R}_r : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ di riflessione ortogonale rispetto ad r. (b) Si effettui una verifica usando il determinante.

(5) (3 p.) È data la funzione

$$f : [1, 2] \to \mathbb{R}, \quad f(x) = (x^2 - 3)^5.$$

Si calcoli fa funzione derivata di f, si determinino gli intervalli sui quali f è crescente o decrescente, si scriva un'equazione della retta tangente al grafico di f nel suo punto di ascissa 2 e si dia una rappresentazione del grafico di f.