

- (1) (8 p.) Fissato nel piano \mathcal{E}^2 un sistema di riferimento ortogonale monometrico, siano identificati \mathcal{E}^2 e \mathcal{V}_o^2 con \mathbb{R}^2 . Sono date le rette

$$r : \begin{cases} x = -1 - t \\ y = -2 + 2t \end{cases}$$

$$r_1 : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 4 + 2t \end{cases} \quad r_2 : \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 4 + 4t \end{cases} \quad r_3 : 2x + y + 4 = 0$$

(a) Per ciascuna retta r_i si dica se è incidente, parallela in senso stretto, oppure coincidente con r . (b) Nel primo caso, si determini il punto di intersezione e nel secondo caso la distanza fra le due rette.

- (2) (7 p.) Si considerino la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

e la corrispondente applicazione lineare $L : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$.

(a) Si calcoli la matrice inversa A^{-1} e si effettui una verifica usando la definizione di matrice inversa. (b) Si scrivano l'immagine secondo L del generico vettore di \mathbb{R}^3 e le immagini secondo L^{-1} dei vettori della base canonica di \mathbb{R}^3 .

- (3) (8 p) Fissato nello spazio \mathcal{E}^3 un sistema di riferimento ortogonale monometrico, siano identificati \mathcal{E}^3 e \mathcal{V}_o^3 con \mathbb{R}^3 . Siano:

π il piano di equazione cartesiana $x + y + z = 3$;

r la retta per i punti $(2, 1, -1)$ e $(-1, 2, 1)$;

σ il piano per i punti $(1, 0, 1)$, $(2, 1, 0)$, $(0, 1, 3)$.

(a) Si scriva un'equazione parametrica di r e si stabilisca se r è incidente, parallela in senso stretto oppure contenuta in π . (b) Si scriva un'equazione cartesiana di σ , si determini un'equazione parametrica della retta di intersezione fra σ e π , si verifichi la correttezza di questa equazione.

- (4) (7 p.) Fissato nello spazio \mathcal{E}^3 un sistema di riferimento ortogonale monometrico destrorso, siano identificati \mathcal{E}^3 e \mathcal{V}_o^3 con \mathbb{R}^3 . Sia r la retta passante per il punto $(0, 0, 0)$ con vettore direttore $(1, -2, 0)$.

(a) Si determini l'applicazione $R_r : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ di riflessione ortogonale rispetto ad r . (b) Si effettui una verifica usando il determinante.

- (5) (3 p.) È data la funzione

$$f : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = (3 - x^2)^5.$$

Si calcoli la funzione derivata di f , si determinino gli intervalli sui quali f è crescente o decrescente, si scriva un'equazione della retta tangente al grafico di f nel suo punto di ascissa 2 e si dia una rappresentazione del grafico di f .