

- (1) (8 p.) Fissato nel piano \mathcal{E}^2 un sistema di riferimento ortogonale monometrico, siano identificati \mathcal{E}^2 e \mathcal{V}_o^2 con \mathbb{R}^2 . Sono dati i punti

$$P_1 = (1, -1), P_2 = (-1, -2), Q = (1, 3).$$

(a) Si scriva un'equazione parametrica ed un'equazione cartesiana della retta per P_1 e P_2 ; (b) Si determini il punto proiezione ortogonale di Q sulla retta per P_1 e P_2 ; (c) Si calcoli l'area del triangolo P_1P_2Q .

- (2) (7 p.) Sono date le applicazioni lineari

$$F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, F(x, y) = (x + 3y, 2x + 4y);$$

$$G : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \text{ tale che } G(\mathbf{e}_1) = 4\mathbf{e}_1 - 5\mathbf{e}_2 \text{ e } G(\mathbf{e}_2) = -2\mathbf{e}_1 + 3\mathbf{e}_2;$$

(a) Si calcoli l'applicazione $F \circ G$ usando la rappresentazione con matrici; (b) Si effettui una verifica usando il determinante.

- (3) (8 p) Fissato nello spazio \mathcal{E}^3 un sistema di riferimento ortogonale monometrico, siano identificati \mathcal{E}^3 e \mathcal{V}_o^3 con \mathbb{R}^3 . Siano:

r la retta per il punto $(1, 0, 0)$ con vettore direttore $(1, 0, -1)$;

s la retta per il punto $(0, 0, 0)$ con vettore direttore $(0, 1, -1)$;

(a) Si scriva un'equazione parametrica e un'equazione cartesiana del piano passante per s e parallelo ad r ; (b) Si determini la distanza fra r ed s in due modi: usando la formula per la distanza punto-piano e determinando un segmento con estremi sulle due rette ortogonale alle due rette.

- (4) (7 p.) Fissata nello spazio vettoriale \mathcal{V}_o^3 una base ortonormale destrorsa i, j, k , sia identificato \mathcal{V}_o^3 con \mathbb{R}^3 . (a) Si scrivano la matrice della rotazione R di $\frac{\pi}{4}$ secondo l'asse orientato i e la matrice della rotazione S di $\frac{\pi}{2}$ secondo l'asse orientato j ; (b) Si determini il punto $S(R(1, 1, 1))$.

- (5) (3 p.) È data la funzione

$$f : [-2, 1] \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{x^2}{x-1}.$$

Si calcoli la funzione derivata di f , si determinino gli intervalli sui quali f è crescente o decrescente, si scriva un'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto di ascissa 1 e si dia una rappresentazione del grafico di f .