

## VII settimana - qualche esercizio

1. Dati un punto  $O$  di  $\mathcal{E}^2$  ed una retta  $r$  per  $O$ , sia  $P : \mathcal{V}_O^2 \rightarrow \mathcal{V}_O^2$  l'applicazione proiezione ortogonale su  $r$ . Identificato  $\mathcal{V}_O^2$  con  $\mathbb{R}^2$  mediante un'opportuna base, si rappresenti  $P$  come applicazione lineare  $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  e si scriva la matrice  $2 \times 2$  associata.
2. Per ciascuna delle seguenti applicazioni, si stabilisca se è lineare usando solo la definizione.

$$F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad F(x) = x + 1$$

$$G : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad G \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = 2x + 3y$$

3. Si calcolino tutte le matrici di tipo  $2 \times 1$ ,  $3 \times 1$ ,  $3 \times 2$  ottenibili come prodotto di due delle seguenti matrici

$$[1 \ 2], \quad \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

4. Siano

$$F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad F \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ 2x + y \\ 2y \end{bmatrix}$$

$$G : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad G \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x - 2y \\ y - 2z \\ z \end{bmatrix}$$

Si determinino se possibile le applicazioni composte  $G \circ F$  ed  $F \circ G$ .