

### VIII settimana - qualche esercizio

1. Si calcoli l'applicazione composta  $G \circ F$  delle seguenti applicazioni, prima usando solo la definizione e poi usando le matrici.

$$F, G : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad F \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + y \\ x - y \end{bmatrix}, \quad G \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + 2y \\ x + 3y \end{bmatrix}.$$

2. Per ciascuna delle seguenti applicazioni si dica se è biiettiva. In caso affermativo, si calcoli l'applicazione inversa; in caso negativo, si determini se possibile un vettore che non ha preimmagini e un vettore che ha più di una preimmagine.

$$F, G : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad F \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x + 3y \\ 3x + 4y \end{bmatrix}, \quad G \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4x - 2y \\ 2x - y \end{bmatrix}.$$

3. Si determinino i valori del parametro  $k$  tali che la seguente applicazione sia biiettiva e se ne calcoli l'inversa.

$$L : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad L \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} kx - 4y \\ -x + ky \end{bmatrix}$$

4. Si calcoli l'inversa della seguente matrice e si effettui una verifica

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Indicata con  $H : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  l'applicazione lineare associata ad  $M$ , si scrivano i vettori  $H(\mathbf{e}_1)$  ed  $H^{-1}(\mathbf{e}_2)$ .