

## II settimana, esercizi (l'importante non e' farli tutti, ma farne qualcuno bene)

1. Sia data una relazione fra due insiemi finiti  $A$  e  $B$ , tale che ogni elemento di  $A$  sia in relazione con  $p$  elementi di  $B$  ed ogni elemento di  $B$  sia in relazione con  $q$  elementi di  $A$  (abuso di terminologia, per semplicita'); si dimostri che  $|A| \cdot p = |B| \cdot q$ .
2. Per ciascuna delle tre proprieta' delle potenze di numeri naturali si dia una interpretazione nei termini di equipotenza di insiemi di funzioni.
3. Si dia una dimostrazione insiemistica della formula esplicita

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}, \quad (n, k \in \mathbb{N})$$

a partire dalla descrizione dei  $k$ -sottinsiemi di un  $n$ -insieme come immagini di un fissato  $k$ -sottinsieme mediante permutazioni dell'  $n$ -insieme (cfr. Lezione del 04.03).

4. Un contrabbandiere si presenta alla dogana con  $n$  pezzi,  $k$  dei quali illegali. Un doganiere effettua un controllo a caso su  $c$  degli  $n$  pezzi. Si dia una formula esplicita per la probabilita' (in senso classico) che il contrabbandiere non venga scoperto (cfr. Lezione del 02.03).
5. Si dia una dimostrazione del teorema binomiale usando l'interpretazione dei coefficienti binomiali come enumeratori dei sottinsiemi di data cardinalita' in un insieme di data cardinalita' (dopo averlo fatto, cfr. EAV1415, p. 64).
6. Si dia una dimostrazione del teorema binomiale usando l'interpretazione dei coefficienti binomiali come enumeratori delle parole crescenti di data lunghezza su un dato alfabeto (cfr. Lezione del 04.03).
7. Si dia una dimostrazione del teorema binomiale usando l'interpretazione dei coefficienti binomiali come enumeratori delle parole di data lunghezza in due lettere di data molteplicita' (cfr. Lezione del 04.03).
8. Si dia una formula ricorsiva per i numeri  $B(n)$  delle partizioni di un  $n$ -insieme,  $n \in \mathbb{N}$  (Numeri di Bell).