

VI settimana, ripasso

1. Usando solo i primi fatti sulle serie geometriche, si ricavi una frazione che rappresenti il numero razionale rappresentato dalla scrittura $1,23575757\dots$, il tutto in base 10. Si ripeta lo stesso esercizio, in base 8.

VI settimana, esercizi

1. Si consideri il sottoanello/sottocampo $\mathbb{Q}[\zeta]$ di \mathbb{R} generato da \mathbb{Q} e da $\zeta = \sqrt[3]{5}$. Si dia una formula per l'inverso di un qualsiasi elemento non nullo, in funzione delle sue coordinate rispetto alla base $1, \zeta, \zeta^2$ di $\mathbb{Q}[x]$. Si effettui qualche verifica della formula trovata.
2. Sia \mathbb{K} un campo di caratteristica 0. Si provi che la funzione

$$\mathbb{K} \rightarrow \mathbb{K}[[x]], \quad a \rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a^n}{n!} x^n$$

e' un monomorfismo dal gruppo abeliano $(\mathbb{K}, +)$ al gruppo $(\mathbb{K}[[x]]^*; \cdot)$ delle unita' di $\mathbb{K}[[x]]$.

VI settimana, completamento

1. Sia \mathbb{K} un campo ordinato completo. Usando il fatto che \mathbb{K} ha campo minimo $\mathbb{K}_0 \simeq \mathbb{Q}$ ed e' archimedeo, si provi che per ogni $a, b \in \mathbb{K}$ con $a < b$ esiste un $q \in \mathbb{K}_0$ tale che $a < q < b$.