

## VI settimana, ripasso

1. Usando solo i primi fatti sulle serie geometriche, si ricavi una frazione che rappresenti il numero razionale rappresentato dalla scrittura  $1,23575757\dots$ , il tutto in base 10. Si ripeta lo stesso esercizio, in base 8.

## VI settimana, esercizi

1. Si consideri il sottoanello/sottocampo  $\mathbb{Q}[\zeta]$  di  $\mathbb{R}$  generato da  $\mathbb{Q}$  e da  $\zeta = \sqrt[3]{5}$ . Si dia una formula per l'inverso di un qualsiasi elemento non nullo, in funzione delle sue coordinate rispetto alla base  $1, \zeta, \zeta^2$  di  $\mathbb{Q}[x]$ . Si effettui qualche verifica della formula trovata.
2. Sia  $\mathbb{K}$  un campo di caratteristica 0. Si provi che la funzione

$$\mathbb{K} \rightarrow \mathbb{K}[[x]], \quad a \rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a^n}{n!} x^n$$

e' un monomorfismo dal gruppo abeliano  $(\mathbb{K}, +)$  al gruppo  $(\mathbb{K}[[x]]^*; \cdot)$  delle unita' di  $\mathbb{K}[[x]]$ .

## VI settimana, completamento

1. Sia  $\mathbb{K}$  un campo ordinato completo. Usando il fatto che  $\mathbb{K}$  ha campo minimo  $\mathbb{K}_0 \simeq \mathbb{Q}$  ed e' archimedeo, si provi che per ogni  $a, b \in \mathbb{K}$  con  $a < b$  esiste un  $q \in \mathbb{K}_0$  tale che  $a < q < b$ .