

Geometria e Algebra (II), Esercizi III

Terminologia: data una matrice A (quadrata di ordine n , ad entrate reali), al posto di dire "determinare una matrice P invertibile ed una matrice diagonale D (quadrata di ordine n , ad entrate reali) tali che $A = PDP^{-1}$ " diciamo in breve "diagonalizzare la matrice A ".

1. Diagonalizzare la seguente matrice

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}.$$

Determinare i valori del parametro reale k per i quali la seguente matrice e' diagonalizzabile

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ k & 4 \end{bmatrix}.$$

2. Per ciascuna delle seguenti matrici, dire se e' diagonalizzabile e, in caso affermativo, diagonalizzarla.

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -4 & 4 & 1 \end{bmatrix}.$$

3. Determinare autovettori ed autovalori della matrice

$$\begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix},$$

dove a, b, c sono parametri reali.

4. Discutere la diagonalizzabilita' della seguente matrice, al variare dei parametri reali a, b, c, d, e, f .

$$\begin{bmatrix} a & d & f \\ 0 & b & e \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}.$$