

Geometria e Algebra (II), Esercizi IV

1. Nel piano euclideo \mathbb{R}^2 sono dati i vettori $a = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ e $b = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$; si determini la proiezione ortogonale p di b sulla retta L generata da a ; per quale scalare bisogna moltiplicare a per ottenere p ?

2. Nello spazio euclideo \mathbb{R}^3 sono dati i vettori

$$a = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 8 \\ -6 \end{bmatrix};$$

si determini la proiezione ortogonale p di b sulla retta L generata da a ; si dia una rappresentazione di a , b e p nel piano euclideo \mathbb{R}^2 che rispetti ortogonalità e lunghezze.

3. Nello spazio euclideo \mathbb{R}^3 sono dati i vettori

$$a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad a_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix};$$

si determini la proiezione ortogonale p di b sul piano V generato da a_1 e a_2 ; con quali scalari bisogna combinare linearmente a_1 e a_2 per ottenere p ?

4. Nello piano euclideo \mathbb{R}^2 sono dati i vettori

$$a_1 = \begin{bmatrix} 1/2 \\ \sqrt{3}/2 \end{bmatrix}, \quad a_2 = \begin{bmatrix} -\sqrt{3}/2 \\ 1/2 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix};$$

l'insieme $\{a_1, a_2\}$ è una base di \mathbb{R}^2 , è ortonormale? si determinino le coordinate del vettore b rispetto a questa base.

5. Nello spazio euclideo \mathbb{R}^3 sono dati i vettori

$$a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad a_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

fra loro ortogonali; si determini un vettore a_3 ortogonale ad a_1 e a_2 ; moltiplicando per opportuni scalari, si normalizzino i vettori a_1, a_2, a_3 in modo da ottenere una base ortonormale di \mathbb{R}^3 .