Laboratorio di Matematica, qualche esercizio

Dare la soluzione generale delle seguenti equazioni differenziali nella funzione incognita $y(t)$, e verificare.

$$\begin{array}{lll} \dot{y} = -y, & \dot{y} = -y + 1 & \\ \dot{y} = ty, & \dot{y} = ty + 1, & \dot{y} = y + t \\ \dot{y} = te^{-t^2} & & \\ \dot{y} = e^{-t^2} & & \\ \ddot{y} = t & & \end{array}$$

Dare la soluzione dei seguenti problemi ai valori iniziali nella funzione incognita $y(t)$, e verificare.

$$\dot{y} = \frac{t^3}{y^2}, \qquad y(0) = 2$$
$$\dot{y} = t^3 y^2, \qquad y(0) = -1$$

Dare la soluzione dei seguenti problemi ai valori iniziali nella funzione incognita $y(t)$, e descrivere qualitativamente il comportamento della soluzione per $t \to +\infty$.

$$\frac{1}{4}\ddot{y} + 2\dot{y} + 3y = 0 \qquad y(0) = 0, \quad \dot{y}(0) = 1$$
$$\frac{5}{3}\ddot{y} + 2\dot{y} + 3y = 0 \qquad y(0) = 1, \quad \dot{y}(0) = 0$$

Dare la soluzione generale della seguente equazione differenziale nella funzione incognita $y(t)$, dove m e' un parametro reale positivo, e descrivere qualitativamente il comportamento delle soluzioni per $t \to +\infty$.

$$m\ddot{y} + 2\dot{y} + 3y = 0.$$

Sia data una equazione differenziale del I ordine nella funzione incognita $y(t)$, del tipo

$$\dot{y} = f(y).$$

Si dimostri che, se $y^*(t)$ e' una soluzione, e se C e' una costante reale, allora anche la funzione $t \mapsto y^*(t + C)$ e' una soluzione.