

**Laboratorio di Matematica, A.A. 2009-2010; I modulo;  
Alcuni esercizi.**

1. Si determinino i massimi/minimi relativi della funzione

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = xy(x + y - 1).$$

2. Si scriva l'approssimazione di Taylor del II ordine della funzione

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = e^{xy+x+y},$$

nelle vicinanze dell'origine  $(0, 0)$ .

3. Sono dati l'insieme  $A = \{(x, y) : y \neq x\}$ , la funzione

$$f : A \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = \frac{x}{x - y},$$

il punto  $p = (1, 2)$ , e il versore  $v = \frac{1}{5}(-3, 4)$ . Si calcoli la derivata

$$\frac{\partial f}{\partial v}(p)$$

di  $f$  in  $p$  secondo  $v$ . Esiste il valore massimo delle derivate di  $f$  in  $p$  secondo versori? Quanto vale? In corrispondenza di quali versori si ottiene?

4. Sono date le funzioni

$$\begin{aligned} g : \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R}^2, & x(t) &= (t + 2 \cos(t), 2 \sin(t)) \\ f : A &\rightarrow \mathbb{R}, & f(x, y) &= x\sqrt{x - y}, \end{aligned}$$

dove  $A = \{(x, y) : x \geq y\}$ . Si determini la derivata

$$(f \circ g)'(0)$$

della funzione composta  $f \circ g$  in  $0$ .