

Qualche informazione sull'uso di "Maxima".

"Maxima" e' un software libero, si puo' scaricare dalla rete. E' disponibile anche su tutti i computer dell'aula laboratorio.

Consideriamo un problema di ricerca di massimi/minimi di una funzione di piu' variabili. Si propone di risolvere il problema con carta e penna, e di usare "Maxima" per verificare la correttezza della propria risoluzione.

Come esempio, prendiamo la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = x^4 + x^2 - 6xy + 3y^2.$$

Il prompt in attesa del primo comando e'

(%i1)

- Assegnamo a una variabile, ad esempio "f", l'espressione $x^4 + x^2 - 6xy + 3y^2$ che definisce la funzione:

```
(%i1) f: x^4+x^2-6*x*y+3*y^2$
```

- Calcoliamo la funzione derivata parziale di f rispetto a x :

```
(%i2) diff(f,x);
```

La derivata parziale viene calcolata e la sua espressione visualizzata.

Assegnamo a una variabile, ad esempio "D_x", la derivata parziale:

```
(%i3) D_x: diff(f,x)$
```

Calcoliamo la funzione derivata parziale di f rispetto a y :

```
(%i4) diff(f,y);
```

La derivata parziale viene calcolata e la sua espressione visualizzata.

Assegnamo a una variabile, ad esempio "D_y", la derivata parziale:

```
(%i5) D_y: diff(f,y)$
```

- Assegnamo alla variabile "eq_1" l'equazione "D_x = 0" e alla variabile "eq_2" l'equazione "D_y = 0":

```
(%i6) eq_1: D_x = 0$ eq_2: D_y = 0$
```

Possiamo visualizzare entrambe le equazioni:

```
(%i7) eq_1; eq_2;
```

Risolviamo il sistema delle due equazioni:

```
(%i7) solve([eq_1, eq_2]);
```

Il sistema viene risolto e le sue soluzioni $(-1, -1)$, $(0, 0)$, $(1, 1)$ visualizzate.

- Calcoliamo la matrice Hessiana della funzione:

```
(%i8) hessian(f, [x,y]);
```

La matrice viene calcolata e visualizzata.

Assegnamo ad una variabile, ad esempio "H", la matrice Hessiana:

```
(%i9) H: hessian(f, [x,y])$
```

- Valutiamo la matrice Hessiana nel punto $(-1, -1)$:

```
(%i10) at(H, [x=-1,y=-1]);
```

La valutazione viene eseguita e visualizzata.

Assegnamo ad una variabile, ad esempio "H_1", la matrice Hessiana valutata:

```
(%i10) H_1: at(H, [x=-1,y=-1])$
```

Possiamo calcolare il determinante della matrice:

```
(%i11) determinant(H_1);
```

Possiamo così applicare i criteri per decidere se la matrice è definita positiva, semidefinita ... Il punto risulta essere un punto di minimo relativo forte.

- Possiamo verificare (senza molte pretese ...) che il punto è un punto di minimo relativo forte visualizzando il grafico della funzione ristretta ad un quadrato centrato nel punto:

```
(%i12) plot3d(f, [x, -3, 1], [y, -3, 1], [grid, 12, 12]);
```

Il grafico viene visualizzato; usando il mouse, lo si può guardare da vari punti di vista; in particolare, guardandolo dall'alto si ottiene una "carta topografica".

Cambiando i parametri della funzione "plot3d" si può visualizzare il grafico in un rettangolo più piccolo.

- Si ripetono gli ultimi due passi per ciascuno degli altri punti $(0, 0)$ e $(1, 1)$.