Esercizio 1
Determinare tutte le matrici di tipo 1×3, 3×1, 2×2, 3×2, ottenibili come prodotto di due matrici prese fra le seguenti

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 4 & 2 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$$

Esercizio 2
Trovare l'inversa della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

risolvendo il generico sistema lineare avente A come matrice dei coefficienti. Si verifichi che la matrice trovata soddisfa la definizione di matrice inversa.

Esercizio 3
E' dato il generico sistema lineare di due equazioni in due incognite x_1, x_2

$$\begin{cases} a_1x_1 + b_1x_2 = c_1 \\ a_2x_1 + b_2x_2 = c_2 \end{cases}$$

Si usi la formula esplicita per l'inversa di una matrice quadrata di ordine 2 per stabilire, sotto le dovute condizioni, una formula esplicita per la soluzione del sistema.

Esercizio 4
Determinare tutte le matrici che commutano con la matrice:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$$

Esercizio 5
E' data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 11 \end{pmatrix}.$$

Calcolare A^{-1} (usando la formula esplicita) e A^{-2}.