

Esercizio 1

Calcolare i seguenti limiti (cambio di variabile):

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} \quad (0 < a \neq 1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln^2(x) + 1}{\ln(x) + 2 \ln^2(x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x - 1}$$

Esercizio 2

Usando i limiti notevoli calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x)}{\sin(5x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \alpha x)}{x} \quad (\alpha \in \mathbb{R})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\alpha x} - e^{\beta x}}{x} \quad (\alpha, \beta \in \mathbb{R}).$$

Esercizio 3

Determinare gli interi n tali che esista:

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^n \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$