

## Esercizi, I

1. E' data la funzione

$$f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{1}{1+x^2}.$$

La funzione  $f$  e' integrabile su  $[0, 1]$ ? Quale significato ha il suo integrale su  $[0, 1]$ ? Si scrivano due funzioni a gradini associate entrambe alla suddivisione uniforme di  $[0, 1]$  in 2 sottointervalli, delle quali una sia minore-uguale ad  $f$  e l'altra sia maggiore-uguale ad  $f$ ; si scrivano le corrispondenti approssimazioni dal di sotto e dal di sopra dell'integrale di  $f$  su  $[0, 1]$ .

2. Si determinino le aree dei trapezoidi delle seguenti funzioni non negative sui rispettivi intervalli.

$$\sqrt{x} \text{ su } [0, 1]; \quad e^x \text{ su } [-1, 1]; \quad \frac{1}{x} \text{ su } [2, 4]; \quad \sin(x) \text{ su } [0, \pi]$$

3. Calcolare l'integrale

$$\int_2^4 (x^2 - 4x + 3) \, dx;$$

qual'e' il significato geometrico del risultato trovato?

4. Si determinino le aree dei trapezoidi delle seguenti funzioni non negative sui rispettivi intervalli.

$$x^{-3} \text{ su } [1, +\infty[; \quad x^2 e^{-x^3} \text{ su } [0, +\infty[; \quad x^{-\frac{1}{2}} \text{ su } ]0, 1]$$

5. Si calcolino i seguenti integrali indefiniti

$$\begin{aligned} \int \frac{4}{3x+2} \, dx, \quad \int \frac{x+3}{x^2+6x+5} \, dx, \quad \int \frac{1}{\tan(x)} \, dx \\ \int e^{x^3} x^2 \, dx, \quad \int e^{x^{-1}} x^{-2} \, dx, \\ \int \sin^2(x) \cos(x) \, dx, \quad \int \sin(x) \cos(x) \, dx \\ \int x^3 e^x \, dx, \quad \int x^{-1} \ln(x) \, dx, \quad \int x \tan(x) \, dx \end{aligned}$$

6. Si calcoli l'integrale

$$\int_0^1 e^{\sqrt{x}} \, dx.$$