

## Matematica- Prova parziale - 7 novembre 2014

versione 1

Scrivere nome, cognome e numero di matricola.

Non e' consentito usare libri, appunti, calcolatrici, ... Riportare un insieme di passaggi sufficiente per motivare le affermazioni via via fatte.

Tempo: 1h 30'.

1. Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x + 4 \ln(x)}{3x + 2 \ln(x)}$$
$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{5x + 4 \ln(x)}{3x + 2 \ln(x)}$$
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{x - 1}$$

2. Si consideri la funzione

$$f(x) = \ln^2(1 + \ln(x))$$

Si determini il dominio naturale di  $f$ ; in tale dominio  $f$  e derivabile? perche'?'  
si calcoli la funzione derivata  $Df(x)$ .

3. E' data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^{ax} - 3 & \text{per } x \leq 0 \\ b + \ln(1 + 2x) & \text{per } x > 0 \end{cases}$$

dove  $a, b$  sono parametri in  $\mathbb{R}$ . Determinare  $a, b$  in modo che  $f$  sia derivabile in 0. La funzione cosi' ottenuta e' derivabile due volte in 0?

4. E' data la funzione

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = xe^{-\frac{x^2}{2}}.$$

Determinare: i limiti per  $x$  che tende a  $+\infty$  e  $-\infty$ ; gli intervalli in cui  $f$  e' crescente/decescente; gli eventuali punti di massimo/minimo locale e globale di  $f$ .

Si dia una rappresentazione del grafico di  $f$ . Si dica se l'equazione  $f(x) = e$  ha soluzioni.

5. E' data la successione

$$\frac{(-1)^n}{2n-1}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

La successione converge? A quale limite? Si verifichi l'affermazione fatta usando la definizione.