

Matematica- Esercizi per Prova parziale

Di seguito riportiamo alcuni esercizi indicativi di quelli che saranno dati nella prova parziale. Tale prova durerà 1h 30'; non sarà consentito usare libri, appunti, calcolatrici, ...

1. Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + xe^x + 1}{1 + xe^x + e^{2x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + xe^x + 1}{1 + xe^x + e^{2x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-x}}{\sin(x)}$$

2. Si consideri la funzione

$$f(x) = \ln^2[\sin(x^2)]$$

Si determini un intorno di 0 nel quale f è definita; in tale intorno f è derivabile? perché? si calcoli la funzione derivata $Df(x)$.

3. È data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 4x + 5 & \text{per } x \geq 0 \\ \sin(ax) + b & \text{per } x < 0 \end{cases}$$

dove a, b sono parametri in \mathbb{R} . Determinare a, b in modo che f sia continua in 0; determinare a, b in modo che f sia derivabile in 0. La funzione così ottenuta è derivabile su \mathbb{R} ? in caso affermativo si scriva la funzione derivata di f .

4. È data la funzione

$$f(x) = \frac{\ln(x)}{x} - \frac{1}{3}.$$

Determinare: il dominio naturale di f ; gli intervalli in cui f è crescente/ decrescente; gli eventuali punti di massimo/ minimo locale e globale di f ; gli intervalli in cui f ha concavità rivolta verso l'alto/ il basso; gli eventuali punti di flesso per f .

Si dia una rappresentazione del grafico di f . Si dica se l'equazione $f(x) = 0$ ha soluzioni e in caso affermativo quante.

5. Usando la definizione, si verifichi che seguente successione diverge a $+\infty$.

$$\frac{n^2}{n+1}$$