

## Matematica- Esercizi per Prova parziale

Di seguito riportiamo alcuni esercizi indicativi di quelli che saranno dati nella prova parziale. Tale prova durerà 1h 30'; non sarà consentito usare libri, appunti, calcolatrici, ...

1. Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + xe^x + 1}{1 + xe^x + e^{2x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + xe^x + 1}{1 + xe^x + e^{2x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-x}}{\sin(x)}$$

2. Si consideri la funzione

$$f(x) = \ln^2[\sin(x^2)]$$

Si determini un intorno di 0 nel quale  $f$  è definita; in tale intorno  $f$  è derivabile? perché? si calcoli la funzione derivata  $Df(x)$ .

3. È data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 4x + 5 & \text{per } x \geq 0 \\ \sin(ax) + b & \text{per } x < 0 \end{cases}$$

dove  $a, b$  sono parametri in  $\mathbb{R}$ . Determinare  $a, b$  in modo che  $f$  sia continua in 0; determinare  $a, b$  in modo che  $f$  sia derivabile in 0. La funzione così ottenuta è derivabile su  $\mathbb{R}$ ? in caso affermativo si scriva la funzione derivata di  $f$ .

4. È data la funzione

$$f(x) = \frac{\ln(x)}{x} - \frac{1}{3}.$$

Determinare: il dominio naturale di  $f$ ; gli intervalli in cui  $f$  è crescente/ decrescente; gli eventuali punti di massimo/ minimo locale e globale di  $f$ ; gli intervalli in cui  $f$  ha concavità rivolta verso l'alto/ il basso; gli eventuali punti di flesso per  $f$ .

Si dia una rappresentazione del grafico di  $f$ . Si dica se l'equazione  $f(x) = 0$  ha soluzioni e in caso affermativo quante.

5. Usando la definizione, si verifichi che seguente successione diverge a  $+\infty$ .

$$\frac{n^2}{n+1}$$