

Esercizi, I

Svolgere i seguenti esercizi con carta e penna; usare eventualmente una calcolatrice solo per verificare i risultati ottenuti.

1. Scrivere la frazione $15/7$ come numero decimale.
2. Provare che l'equazione $x^2 = 3$ non ha radici in \mathbb{Q} .
3. Con un processo analogo a quello usato a lezione per determinare le prime due cifre decimali di $\sqrt{2}$, si determinino le prime due cifre decimali di $\sqrt{11}$.
4. Senza approssimare $\sqrt{2}$, si calcolino le espressioni seguenti e si stabilisca quale dei due risultati e' maggiore.

$$\begin{aligned} & (3 + 5\sqrt{2}) (7 + 11\sqrt{2}), \\ & (5 + 7\sqrt{2})^2. \end{aligned}$$

5. Si determini il corrispondente numerico della relazione geometrica "il perimetro di un quadrato inscritto in una circonferenza e' minore della lunghezza della circonferenza che a sua volta e' minore del perimetro di un quadrato circoscritto alla circonferenza."
6. Si risolva la disequazione

$$|x - 1| < |x - 3|,$$

prima applicando direttamente la definizione, poi usando l'interpretazione del valore assoluto della differenza di due numeri reali come distanza fra due punti su una retta.

7. Si rappresentino i grafici delle seguenti funzioni $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + 1;$$

$$g(x) = 2|x - 3| + 1;$$

8. Si provi che il grafico di una funzione pari e' simmetrico rispetto all'asse y , e che il grafico di una funzione dispari e' simmetrico rispetto all'origine.
9. Utilizzando la definizione, si provi che:
 - (a) la funzione $i : \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$, $i(x) = \frac{1}{x}$ e' strettamente decrescente su $]0, +\infty[$;
 - (b) la funzione $c : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $c(x) = x^3$ e' strettamente crescente su \mathbb{R} ;
 - (c) la funzione $q : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $q(x) = x^2$ non e' ne' crescente ne' decrescente su \mathbb{R} .
10. Si rappresentino e si confrontino i grafici delle funzioni esponenziali di base $2, 3, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$.