

Esercizi, I, 2

1. E' data la funzione

$$f : A \rightarrow B, \quad f(x) = \frac{5x + 9}{x + 2},$$

dove $A = \mathbb{R} - \{-2\}$ e $B = \mathbb{R} - \{5\}$. Si provi che f e' una funzione biiettiva, se ne determini l'inversa f^{-1} , si verifichi che

$$f^{-1} \circ f = id_A, \quad f \circ f^{-1} = id_B.$$

2. Si rappresentino e si confrontino i grafici delle funzioni logaritmo in base $2, 3, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$.
3. Usando il fatto che la funzione logaritmo in base 10 e' strettamente crescente, si dia l'approssimazione agli interi di $\log_{10}(1234)$.
4. Siano $f : A \rightarrow B$ e $g : C \rightarrow D$ (con $A, B, C, D \subseteq \mathbb{R}$ e $B \subseteq C$) e sia $g \circ f : A \rightarrow D$ la loro funzione composta. Si provi che se f e' crescente su A e g e' crescente su C , allora $g \circ f$ e' crescente su A .
5. Sia $f : A \rightarrow B$ (con $A, B \subseteq \mathbb{R}$) una funzione biiettiva, e sia $f^{-1} : B \rightarrow A$ la sua funzione inversa. Si provi che se f e' strettamente crescente su A allora f^{-1} e' strettamente crescente su B .
6. Si determini se possibile una funzione $f : [-1, 1] \rightarrow [-1, 1]$ che sia biiettiva ma non sia ne' crescente ne' decrescente.