

Matematica per Finanza, assicurazioni e impresa; aa 2015-2016; esercizi

II settimana;

1. Si consideri la funzione

$$i : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, \quad i(x) = \frac{1}{x}$$

che manda ogni numero non nullo nel suo inverso. Questa funzione e' monotona su $]0, +\infty[$ e su $] - \infty, 0[$? E su $\mathbb{R} \setminus \{0\}$? Si motivino le risposte.

2. La funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x) = 2x + 1$ e' invertibile? Con quale inversa?
3. Si rappresentino i grafici delle funzioni \exp_b e \log_b per $b = \frac{1}{\pi}$.
4. Si dia una stima agli interi dei seguenti logaritmi:

$$\log_{10}(293415), \quad \log_{10}(0,0000987), \quad \log_e(\pi).$$

5. Usando le proprieta' dei logaritmi, si esprima il logaritmo $\log_e\left(\frac{40}{63}\right)$ come un'espressione in logaritmi di numeri primi
6. Sia $\tan : A \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \tan(x)$, la funzione "tangente", dove A e' l'insieme dei valori della x per i quali $\tan(x)$ e' definita. Restringendo opportunamente il dominio della funzione tangente \tan si ha una funzione invertibile, la cui inversa e' la funzione "arcotangente" \arctan . La restrizione piu' comune e' $\tan :] - \pi/2, \pi/2[\rightarrow \mathbb{R}$ alla quale corrisponde $\arctan : \mathbb{R} \rightarrow] - \pi/2, \pi/2[$; si rappresentino i grafici di queste due funzioni. Si faccia lo stesso per una delle altre possibili restrizioni.
7. Siano $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ due funzioni monotone crescenti, ed f sia invertibile. La funzione composta $f \circ g$ e' monotona crescente? E la funzione inversa f^{-1} ? Si motivino le risposte.
8. Si risolvano i seguenti sistemi col metodo di eliminazione, e si dia una verifica dei risultati.

$$\begin{cases} 4x + 2y + z = 0 \\ 9x + 3y + z = 0 \\ 16x + 4y + z = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x + 2y + z = 1 \\ 4x + 3y + 2z = 0 \\ 5x + 4y + 3z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3a + b + c + d = 1 \\ a - 3b + c + d = 0 \\ a + b - 3c + d = 0 \\ a + b + c - 3d = -1 \end{cases}$$