Esercizio 1
Si calcolino i seguenti integrali indefiniti:

$$\int x^3 e^x \ dx, \quad \int x^2 \cos x \ dx, \quad \int \sqrt{x} \log x \ dx,$$

Esercizio 2
Si calcoli l'integrale

$$\int_8^{27} e^{\sqrt[3]{x}} \ dx.$$

Esercizio 3
Si calcolino gli integrali generalizzati

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{(5x+3)^2} \ dx, \quad \int_{-\infty}^{-\frac{6}{5}} \frac{1}{(5x+3)^2} \ dx, \quad \int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{2x+3}} \ dx$$

Esercizio 4
E' data la matrice semisemplice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}.$$

Si determini una base di $\mathbb{R}^3$ costituita da autovettori $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$ di A e si indichino con $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ i rispettivi autovalori. Indicata con P la matrice che ha ordinatamente per colonne gli autovettori $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$ ed indicata con D la matrice diagonale che ha ordinatamente sulla diagonale gli autovalori $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ si verifichi che

$$A = PDP^{-1}.$$

Esercizio 5
E' data la matrice reale simmetrica

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Si determini una base ortonormale di $\mathbb{R}^3$ costituita da autovettori $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$ di A e si indichino con $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ i rispettivi autovalori. Indicata con P la matrice che ha ordinatamente per colonne gli autovettori $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$ ed indicata con D la matrice diagonale che ha ordinatamente sulla diagonale gli autovalori $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ si verifichi che

$$A = PDP^T.$$