

Esercizi

1. Si calcolino, se esistono, i seguenti limiti

$$(x^{7/6} + x + x^{6/5}) / (x^{4/5} + x + x^{3/4}) \quad \text{per } x \rightarrow +\infty \text{ e } 0^+$$

2. Si calcolino, se esistono, i seguenti limiti

$$\begin{aligned} e^{-x} \sin x & \quad \text{per } x \rightarrow +\infty \text{ e } -\infty \\ -x + 2 \sin x & \quad \text{per } x \rightarrow +\infty \text{ e } -\infty \end{aligned}$$

3. Per ciascuna delle seguenti funzioni, si determinino: (1) il dominio naturale e i suoi punti di accumulazione; (2) gli eventuali limiti per x che tende ai punti di accumulazione del dominio che non stanno nel dominio; (3) gli eventuali asintoti orizzontali e verticali.

$$\begin{aligned} & \exp\left(\frac{x^2}{1-x^2}\right) \\ & \log\left(\frac{x}{1-x^2}\right) \\ & \sin\left(\frac{\pi x + 1}{2x + 1}\right) \end{aligned}$$

4. Si calcolino, se esistono, i seguenti limiti

$$\begin{aligned} (2e^x - 3x) / (4x + 3e^x) & \quad \text{per } x \rightarrow +\infty \text{ e } -\infty \\ (2 \log x - 3x) / (4x + 3 \log x) & \quad \text{per } x \rightarrow +\infty \text{ e } 0^+ \\ \frac{e^x}{x} - x & \quad \text{per } x \rightarrow +\infty \end{aligned}$$

5. Sia $f(x)$ una funzione definita vicino a $x = 0$, tale che

$$f(x)/x \rightarrow 1 \quad \text{per } x \rightarrow 0$$

si determinino, se possibile, i seguenti limiti

$$\begin{aligned} f(x-1)/(x-1) & \quad \text{per } x \rightarrow 1 \\ f(2x)/x & \quad \text{per } x \rightarrow 0 \\ f(x^2)/x & \quad \text{per } x \rightarrow 0 \\ f(\sqrt{x})/x & \quad \text{per } x \rightarrow 0^+ \\ xf(1/x) & \quad \text{per } x \rightarrow +\infty \text{ e } -\infty \end{aligned}$$

6. Si calcolino, se esistono, i seguenti limiti

$$\begin{aligned}(e^{3x} - 1)/x & \text{ per } x \rightarrow 0 \\(e^{x^{3/2}} - 1)/x & \text{ per } x \rightarrow 0^+ \\ \log(x-1)/(x-2) & \text{ per } x \rightarrow 2 \\ \log(1+2x)/3x & \text{ per } x \rightarrow 0 \\ \log(1+\sqrt{x})/x & \text{ per } x \rightarrow 0^+ \\ x \log(1+1/x) & \text{ per } x \rightarrow +\infty \text{ e } -\infty \\(x^{1/2} - 1)/(x-1) & \text{ per } x \rightarrow 0^+ \\((1+2x)^{1/3} - 1)/x & \text{ per } x \rightarrow 0 \\ \sin(x/2)/x & \text{ per } x \rightarrow 0 \\ \sin(\sqrt{x})/x & \text{ per } x \rightarrow 0^+\end{aligned}$$

7. Si calcolino, se esistono, i seguenti limiti

$$\begin{aligned}(1 - \cos(2x))/x^2 & \text{ per } x \rightarrow 0 \\(1 - \cos x)/x & \text{ per } x \rightarrow 0\end{aligned}$$

8. Si calcolino, se esistono, i seguenti limiti

$$\begin{aligned}(5^x - 1)(3^x - 1) & \text{ per } x \rightarrow 0 \\ \sin(5x)/\sin(3x) & \text{ per } x \rightarrow 0\end{aligned}$$

9. Si calcolino, se esistono, il limiti

$$[\sqrt[3]{x}]^{[1/\sqrt{x}]} \text{ per } x \rightarrow +\infty, 0^+$$