

## Esercizi

1. Sono date le funzioni lineari

$$f, g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 \quad f(x, y) = (2x + 3y, 4x + 5y), \quad g(x, y) = (x + y, x - y).$$

Si scrivano le matrici  $A$  e  $B$  tali che  $f = f_A$  e  $g = f_B$ , si calcolino i prodotti  $AB$  e  $BA$ , e si usino i risultati trovati per scrivere le funzioni composte  $g \circ f$  ed  $f \circ g$ .

2. Si determini la condizione sul parametro  $t \in \mathbb{R}$  affinché la matrice

$$A_t = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & t \end{pmatrix}$$

sia invertibile, e si scriva la sua matrice inversa; si scelga un valore di  $t$  per il quale  $A_t$  sia invertibile, e per tale valore si calcoli  $A_t^{-2}$ .

3. E' data la funzione lineare

$$h : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3 \quad f(x, y, z) = (x + 2y + 3z, y + 4z, z).$$

Si scriva la matrice  $C$  tale che  $h = f_C$ , si stabilisca se  $C$  e' invertibile e in caso affermativo si calcoli  $C^{-1}$ . La funzione  $h$  invertibile? In caso affermativo si scriva la funzione inversa  $h^{-1}$ .

4. Sia  $p : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  la funzione che associa ad ogni vettore  $\mathbf{v}$  di  $\mathbb{R}^n$  il vettore  $\mathbf{v}_{\parallel}$  sua componente parallela rispetto ad un vettore  $\mathbf{a} \neq \mathbf{0}$ . Si verifichi che  $p$  e' lineare.