

1. E' dato il sistema lineare nelle incognite  $x, y, z$

$$\begin{cases} x - y + z = 2 \\ -x + y + z = 3 \end{cases}$$

(1) Si provi che il sistema lineare ha qualche soluzione; (2) si risolva il sistema in due modi diversi; (3) si verifichi la correttezza di una delle due risoluzioni.

2. E' dato il sistema lineare nelle incognite  $a, b, c, d$

$$\begin{cases} a + 2b + 3c + 2d = 1 \\ 2a + 3b + 3c + 2d = 0 \\ b + 3c + 2d = 2 \\ -a + 3c + 2d = 3 \end{cases}$$

(1) Si dica se il sistema lineare ha qualche soluzione; (2) in caso affermativo, si dica da quanti parametri liberi dipendono le soluzioni.

3. E' dato il sistema lineare omogeneo nelle incognite  $x, y, z$ , dove  $h$  e' un parametro reale

$$\begin{cases} x + y = 0 \\ x + (h + 1)y + hz = 0 \\ hy + h^2z = 0 \end{cases}$$

Al variare del parametro  $h$ , si determini la dimensione e una base dello spazio delle soluzioni del sistema.

4. Per ciascuna delle seguenti matrici  $2 \times 2$ , si determinino i suoi autovalori e i relativi autospazi, e, se possibile, si dia una base di  $\mathbb{R}^2$  formata da suoi autovettori.

$$\begin{pmatrix} 0 & -6 \\ 1 & -5 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}.$$