

1. Si calcolino se possibile i seguenti integrali generalizzati

$$\int_2^{+\infty} x e^{-x} dx; \quad \int_{-\infty}^0 \frac{dx}{\sqrt{x-4}}; \quad \int_3^4 \frac{dx}{\sqrt{x-4}}.$$

2. Si dica se la funzione e' integrabile in senso generalizzato sul dominio assegnato (non e' chiesto di calcolare l'eventuale integrale generalizzato).

$$\left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 \quad \text{su} \quad [2, +\infty)$$
$$(\sin x)^2 + \frac{1}{x} \quad \text{su} \quad (0, 1]$$

3. Si determini la funzione  $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  funzione integrale con punto base  $x = 0$  della funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = e^{-|x|}$ .
4. Sia  $f : [-2, 4] \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione il cui grafico e' la linea unione dalle seguenti tre semicirconferenze: quella con estremi  $(-2, 1)$  e  $(0, 1)$  (inclusi) contenente  $(-1, 2)$ , quella con estremi  $(0, 0)$  e  $(0, 2)$  (esclusi) contenente  $(1, -1)$ , quella con estremi  $(0, 2)$  e  $(0, 4)$  (inclusi) contenente  $(3, 1)$ . Sia  $F : [-2, 4] \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione integrale di  $f$  con punto base  $x = 0$ . Si determinino le proprieta' della funzione  $F$ , gli intervalli in cui e' crescente o decrescente e i suoi eventuali punti di massimo o minimo locali, gli intervalli sui quali ha concavita' rivolta verso l'alto o il basso e gli eventuali punti di flesso. Si dia una rappresentazione del grafico di  $F$  compatibile con le informazioni ottenute.
5. Si calcolino i seguenti integrali

$$\int \sqrt[3]{2x^2 + 3x + 4} (4x + 3) dx; \quad \int \frac{e^x}{(e^x + 1)^2} dx; \quad \int e^{\sqrt[3]{x}} dx; \quad \int \frac{dx}{\sqrt{x-1}}.$$