Finanza, Assicurazioni e Impresa. AA 2016-2017.
Matematica, I modulo; programma svolto, parte di algebra lineare.

Vettori nel piano e nello spazio.
Vettori e segmenti orientati; operazioni fondamentali sui vettori; combinazioni lineari; prodotto scalare. Sistema di riferimento cartesiano ortogonale, vettori fondamentali; rappresentazione in coordinate di punti, vettori, e delle operazioni sui vettori. Scomposizione di un vettore come somma di un vettore parallelo ed uno ortogonale a una direzione, relativa formula. Equazioni parametriche e cartesiane per rette e piani.

Spazio vettoriale con prodotto scalare $\mathbb{R}^n$.
Insieme dei vettori $n-$dimensionali reali $\mathbb{R}^n$; operazioni fondamentali, loro proprieta'; combinazioni lineari; vettori fondamentali. Relazione di parallelismo. Prodotto scalare, sue proprieta'. Relazione di ortogonalita', sue proprieta'. Scomposizione di un vettore come somma di un vettore parallelo ed uno ortogonale a una direzione, relativa formula. Modulo di un vettore, sue proprieta'; disuguaglianza triangolare; teorema di Pitagora; disuguaglianza di Cauchy-Schwarz. Spazio vettoriale reale astratto.

Spazi vettoriali. Indipendenza/dipendenza lineare.
Nel piano e nello spazio, vettori in posizione generale. Due definzioni equivalenti di vettori linearmente indipendenti (o dipendenti). Caso di due vettori. Indipendenza/dipendenza lineare di m vettori in $\mathbb{R}^n$ e sistemi lineari omogenei di n equazioni in m incognite.

Matrici, I. Determinante.
Definizione ricorsiva di determinante di una matrice quadrata, complemento algebrico di un elemento, sviluppi di Laplace. Invarianza per trasposizione. Proprieta' rispetto alle colonne o righe. Per n vettori in $\mathbb{R}^n$ e la matrice di ordine n che li ha come colonne, equivalenza fra la indipendenza lineare dei vettori e il non annullarsi del determinante della matrice. Operazioni sulle righe o colonne di una matrice, e loro uso per il calcolo del determinante.

Funzioni lneari, I.
Funzioni lineari fra spazi vettoriali. Caratterizzazione delle funzioni lineari $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ come polinomi omogenei di primo grado in n variabli e come prodotto scalare di un vettore fisso di $\mathbb{R}^n$ con un vettore variabile in $\mathbb{R}^n$.

Matrici, II. Prodotto.
Vettori riga, vettori colonna. Prodotto di un vettore riga per un vettore colonna. Operazione parziale di prodotto di due matrici. Matrici unita'. Associativita', non commutativita'. Identificazione dei vettori con vettori colonna; struttura vettoriale dell'insieme dei vettori colonna, compatibilita' col prodotto di matrici.

Funzioni lneari, II.
Caratterizzazione delle funzioni lineari $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ come prodotto di una matrice $m \times n$ fissa per un vettore colonna variabile in $\mathbb{R}^n$.

Spazi vettoriali. Basi, coordinate.
Definizione di base di uno spazio vettoriale. Basi dello spazio vettoriale dei vettori del piano, dello spazio, e di $\mathbb{R}^n$. Teorema sull'uguaglianza fra i numeri dei vettori di due basi di uno stesso spazio vettoriale. Dimensione di uno spazio vettoriale. Coordinate di un vettore rispetto ad una base; identificazione di uno spazio vettoriale $n-$dimensionale con $\mathbb{R}^n$. Per n vettori in $\mathbb{R}^n$ e la matrice di ordine n che li ha come colonne, equivalenza

fra l'essere base dei vettori e il non annullarsi del determinante della matrice. Regola di Cramer per le coordinate di un vettore rispetto ad una base di $\mathbb{R}^n$.

Matrici, III. Rango.
Per un insieme finito di vettori, nozione di sequenza fondamentale. Teorema sulla uguaglianza fra i numeri dei vettori di due sequenze fondamentali di uno stesso insieme. Rango di un insieme finito di vettori. Per una matrice, nozione di sottomatrice fondamentale. Teorema sull'uguaglianza fra gli ordni di due sottomatrici fondamentali di una stessa matrice. Rango di una matrice. Teorema sull'uguaglinza fra il rango dell'insieme delle righe, il rango dell'insieme delle colonne, ed il rango di una matrice.

Matrici e funzioni lineari, I.
Corrispondenza fra matrici A $m \times n$ e funzioni lineari $f_A : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$, $f_A : x \mapsto Ax$; compatibilita' con prodotto di matrici e composizione di funzioni. Uso della corrispondenza per il calcolo della composizione di funzioni lineari.

Matrici, IV. Matrice inversa.
Matrici invertibili, matrice inversa, unicita'. Per una matrice di ordine n, equivalenza fra l'avere rango n, avere determinate non nullo, e l'essere invertibile. Matrici non singolari. Trasposizione di matrici. Formula per la matrice inversa di una matrice quadrata di ordine n; il caso particolare $n = 2$. Operazione di inversione di matrici, proprieta'. Potenze di matrici ad esponente intero relativo, proprieta'.

Matrici e funzioni lneari, II.
Funzioni lineari invertibili, funzione inversa di una funzione lineare. Uso della inversione di matrici per l'inversione di funzioni lineari.

Sistemi lineari, I. Sistemi determinati di n equazioni in n incognite, risoluzione.
Equazioni lineari, sistemi lineari; soluzioni; sistemi determinati, indeterminati, impossibili. Rappresentazione scalare, vettoriale, e matriciale di un sistema lineare di n equazioni in n incognite. Problema: per un sistema lineare di n equazioni in n incognite, stabilire se e' determinato, e in caso affermativo risolverlo. Metodo di eliminazione; caso tipico; caso generale. Teorema e regola di Cramer.

Sistemi lineari, II. Sistemi di m equazioni in n incognite, esistenza di soluzioni.
Rappresentazione scalare, vettoriale, matriciale di un sistema lineare di m equazioni in n incognite. Problema: per un sistema lineare di m equazioni in n incognite, stabilire se ha qualche soluzione. Teorema di Rouche'-Capelli.

Sistemi lineari, III. Sistemi di m equazioni in n incognite, risoluzione.
Problema: per un sistema lineare di m equazioni in n incognite, stabilire se ha qualche soluzione, e in caso affermativo risolverlo. Metodo di Cramer-Rouche'-Capelli. Spazio vettoriale delle soluzioni di un sistema lineare omogeneo. Teorema sulla sua dimensione.

Autovettori ed autovalori, I.
Matrici diagonali, loro proprieta'. Definizione di autovettore di una matrice (quadrata), e di autovalore associato ad un autovettore. Caratterizzazione delle matrici diagonali. Definizione di polinomio caratteristico di una matrice; suo grado. Teorema: gli autovalori di una matrice sono le radici del suo polinomio caratteristico. Autospazio associato ad un autovalore. Definizione di matrice diagonalizzabile. Descrizione della funzione lineare associata ad una matrice diagonalizzabile nei termini delle coordinate rispetto ad una base di autovettori. Teorema, ricostruzione di una matrice diagonalizzabile da (una base di) suoi autovettori e da (i corrispondenti) autovalori.

Spazi vettoriali e matrici. Basi ortonormali e matrici ortogonali.
Proposizione, da ortogonalita' segue indipendenza lineare. Definizione, base ortogonale e di base ortonormale di $\mathbb{R}^n$. Teorema, costruzione di una base ortogonale a partire da una base (algoritmo di Gram-Schmidt); caso in dimensione 2. Teorema, per una matrice quadrata, equivalenza fra ortonormalita' delle righe, ortonormalita' delle colonne e invertibilita' con matrice inversa uguale alla trsposta. Definizione di matrice ortogonale.

Autovettori ed autovalori, II. teorema spettrale.
Definizione di matrice simmetrica. Per un polinomio, definizione di completa fattorizzabilita' sui reali, molteplicita' di una radice. Proposizione, per una matrice simmetrica, completa fattorizzabilita' del suo polinomio caratteristico. Proposizione, per una matrice simmetrica, autovettori associati ad autovalori distinti sono ortogonali. Teorema spettrale.