

**Finanza, Assicurazioni e Impresa; a.a. 2016-2017.**  
**Matematica, I modulo. Argomenti svolti, parte di analisi.**

**Numeri reali.**

Primi tratti del linguaggio insiemistico, primi aspetti della logica elementare. Insieme dei numeri razionali  $\mathbb{Q}$ , e primi aspetti di quello dei numeri reali  $\mathbb{R}$ . Identità algebriche: differenze di potenze, potenze di un binomio.  $\mathbb{Q}$  ed  $\mathbb{R}$  come campi ordinati. Non risolubilità in  $\mathbb{Q}$  dell'equazione  $x^2 = 2$ . Estremo superiore ed estremo inferiore di un sottinsieme di un insieme ordinato. Definizione assiomatica di  $\mathbb{R}$  come campo ordinato con la proprietà dell'estremo superiore. Identificazione di  $\mathbb{R}$  con la retta euclidea. Intervalli e valore assoluto. Radici, potenze ad esponente razionale e reale, proprietà. Logaritmi, proprietà.

**Funzioni reali di una variabile reale.**

Funzioni fra due insiemi, notazioni e prime nozioni. Funzioni reali di variabile reale; grafico; funzioni monotone; funzioni periodiche. Funzioni elementari: polinomi di primo grado; potenze con esponente intero relativo; radici; potenze con esponente reale; funzioni esponenziali, logaritmiche, trigonometriche. Funzione invertibile e funzione inversa; relazione fra i grafici di una funzione e della sua inversa. Composizione di funzioni.

**Limiti di successioni.**

Valore assoluto; disuguaglianza triangolare. Distanza fra due punti come valore assoluto della differenza. Successione; rappresentazione cinematica e grafica. Proprietà possedute definitivamente. Successione convergente e limite di una tale successione. Interpretazione cinematica e grafica. Unicità del limite. Successione divergente a  $+\infty$ , o  $-\infty$ . Successione regolare. Insieme dei numeri reali estesi  $\mathbb{R}^*$ . Successione monotona. Teorema sulla regolarità delle successioni monotone, limite ed estremo superiore/inferiore. Algebra dei limiti per successioni convergenti, sotto condizioni naturali. Algebra dei limiti per successioni regolari, regola dei segni, forme di indecisione. Aritmetizzazione parziale di  $\mathbb{R}^*$ . Successioni elementari: potenze con esponente reale, esponenziali, logaritmiche, e loro limiti. Per successioni regolari, relazione fra limite e ordine. Teorema del confronto (due versioni: per assicurare convergenza, o divergenza).

**Limiti di funzioni.**

Definizioni dei vari tipi di limiti per una funzione. Limiti delle funzioni elementari. Definizione di funzione continua in un punto e su un insieme. Continuità delle funzioni elementari. Punti di  $\mathbb{R}^*$  di accumulazione per un sottinsieme di  $\mathbb{R}$ . Definizione unificata di limite (in  $\mathbb{R}^*$ ) di una funzione  $f(x)$  per  $x$  tendente ad un punto (di  $\mathbb{R}^*$ ). Prime proposizioni sui limiti (unicità, limiti di funzioni monotone, limite bilatero e limiti da destra e da sinistra). Teoremi sulla compatibilità dell'operazione di limite con le operazioni algebriche e con la relazione d'ordine sulle funzioni e sui numeri reali estesi. Teorema del confronto. Teoremi su continuità ed operazioni algebriche sui numeri reali. Teorema sulla compatibilità dell'operazione di limite con l'operazione di composizione di funzioni. Teorema di continuità delle funzioni composte. Nozione di "un infinito" per  $x$  tendente a un punto; confronto fra infiniti. Confronti fra funzioni logaritmiche, funzioni potenza e funzioni esponenziali, per  $x$  tendente a  $+\infty$ . Convergenza della successione  $(1 + 1/n)^n$ , definizione del numero "e" di Nepero. Limiti notevoli per funzioni esponen-

ziali, logaritmo e potenza. Limiti notevoli per funzioni trigonometriche. Riconduzione di limiti di funzioni elevate a funzioni, a limiti di costanti elevate a funzioni.

### Integrali.

Per una funzione  $f$  definita su un intervallo  $[a, b]$  e su esso limitata, nozione di somme di Cauchy-Riemann, integrabilità, integrale  $\int_a^b f(x) dx$ . Definizione dell'area del trapezoide di una funzione su un intervallo  $[a, b]$ . Integrabilità delle funzioni continue, delle funzioni monotone, e delle funzioni ottenute "incollando" funzioni integrabili. Esempio di una funzione non integrabile. Proprietà: linearità, additività rispetto all'intervallo di integrazione, monotonia. Primitiva di una funzione su un intervallo; descrizione della totalità delle primitive di una funzione a partire da una di esse. Primo teorema fondamentale del calcolo: per una funzione  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  avente una primitiva  $G$ ,  $\int_a^b f(x) dx = G(b) - G(a)$ . Integrale indefinito di una funzione su un intervallo. Alcuni integrali immediati: potenze, esponenziali, funzioni trigonometriche, funzione  $1/(x^2 + 1)$ . Linearità della derivazione e conseguente linearità dell'integrazione. Integrazione delle funzioni razionali, primo passo: caso del denominatore di grado 1. Regola di derivazione delle funzioni composte e conseguente regola di integrazione. Regola di derivazione del prodotto e conseguente regola di integrazione per parti. Metodo di integrazione per sostituzione. Per una funzione  $f$  definita su un intervallo  $[a, +\infty)$ , integrabile su ogni intervallo  $[a, b]$ , integrabilità e integrale; nozioni analoghe per una funzione su un intervallo  $(-\infty, b]$ . Per una funzione  $f$  definita su  $\mathbb{R}$ , integrabile su ogni intervallo  $[a, b]$ , integrabilità e integrale. Criteri di integrabilità per funzioni non negative. Definizione dell'area del trapezoide di una funzione su un intervallo illimitato. Per una funzione  $f$  definita su un intervallo  $[a, b)$ , integrabile su ogni intervallo  $[a, \beta]$  con  $\beta < b$ , integrabilità e integrale; nozioni analoghe per una funzione su un intervallo  $(a, b]$ . Definizione dell'area del trapezoide di una funzione su un intervallo semiaperto. Integrale di una funzione su un intervallo orientato. Funzione integrale di una funzione rispetto ad un punto base. Secondo teorema fondamentale del calcolo integrale: ogni funzione integrale di una funzione  $f$  su un intervallo è continua in ogni punto, ed è derivabile in ogni punto in cui  $f$  è continua. Aggiunta al teorema, per i punti nei quali esiste il limite di  $f$  da destra e/o sinistra. Studio qualitativo di una funzione integrale a partire da informazioni qualitative sulle funzione integranda.