

Matematica - 4 novembre 2016 versione 1

Scrivere nome, cognome e numero di matricola. Non e' consentito usare libri, appunti, ..., ma solo una calcolatrice non programmabile. Tempo: 1h 30'.

1. (5 p.) E' data la funzione

$$f(x) = \log((3x^2 + 2x - 1)/x^2);$$

si determinino: il dominio naturale di f , i punti di \mathbb{R}^* che sono di accumulazione per il dominio di f ma non gli appartengono e i limiti di $f(x)$ per x che tende a questi punti.

2. (4 p.) Si verifichino i seguenti limiti usando la definizione:

$$(2/3)^n \rightarrow 0^+ \text{ per } n \rightarrow +\infty; \quad \log_{3/4} n \rightarrow -\infty \text{ per } n \rightarrow +\infty.$$

3. (6 p.) Si calcolino i seguenti limiti

$$\frac{5 \cdot x^2 - 4 \cdot 3^x}{7 \cdot 2^x + 6 \cdot \log x}, \quad \text{per } x \rightarrow +\infty, 0^+;$$
$$\frac{e^{2x} - 1}{\log(1 + 3x)}, \quad \text{per } x \rightarrow 0;$$
$$e^x + \cos x, \quad \text{per } x \rightarrow +\infty, -\infty.$$

4. (4 p.) Si scomponga il vettore $(0, 2, 1)$ come somma delle sue componenti parallela ed ortogonale al vettore $(1, -1, 0)$; si verifichi la correttezza del risultato usando il teorema di Pitagora.
5. (5 p.) Per ciascuna delle seguenti sequenze di vettori, si stabilisca in due modi diversi se e' linearmente dipendente o indipendente, e si dia una interpretazione geometrica del risultato trovato.

$$\left(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right), (4, 2, 1); \quad (2, 1, 0), (3, 2, 1), (1, 0, 0).$$

6. (6 p.) Sono date le funzioni lineari

$$f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_3, x_2 + x_3)$$
$$g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad g(x_1, x_2) = (x_1, x_2, 5x_1 - 4x_2);$$

usando la rappresentazione matriciale delle funzioni lineari, si determini la funzione $f \circ g$, si stabilisca se e' invertibile, e in caso affermativo si scriva la funzione inversa.