Matematica - 4 novembre 2016 versione 2

Scrivere nome, cognome e numero di matricola. Non e' consentito usare libri, appunti, ..., ma solo una calcolatrice non programmabile. Tempo: 1h 30'.

1. (5 p.) E' data la funzione
$$f(x) = \log\left((3x^2 - 2x - 1)/x^2\right);$$
si determinino: il dominio naturale di f, i punti di $\mathbb{R}^*$ che sono di accumulazione per il dominio di f ma non gli appartengono e i limiti di $f(x)$ per x che tende a questi punti.

2. (4 p.) Si verifichino i seguenti limiti usando la definzione:
$$(3/4)^n \to 0^+ \text{ per } n \to +\infty; \quad \log_{2/3} n \to -\infty \text{ per } n \to +\infty.$$

3. (6 p.) Si calcolino i seguenti limiti
$$\frac{5 \cdot x^2 + 4 \cdot 3^x}{7 \cdot 2^x - 6 \cdot \log x} \quad \text{per } x \to +\infty, 0^+;$$
$$\frac{\log(1+3x)}{\mathrm{e}^{2x} - 1} \quad \text{per } x \to 0.$$
$$e^x + \cos x, \quad \text{per } x \to +\infty, -\infty.$$

4. (4 p.) Si scomponga il vettore $(-2, 0, 1)$ come somma delle sue componenti parallela ed ortogonale al vettore $(1, -1, 0)$; si verifichi la correttezza del risultato usando il teorema di Pitagora.

5. (5 p.) Per ciascuna delle seguenti sequenze di vettori, si stabilisca in due modi diversi se e' linearmente dipendente o indipendente e si dia una interpretazione geometrica del risultato trovato.
$$(9, 3, 1),\ (1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}); \quad (1, 0, 2), (1, 2, 3), (1, 0, 0).$$

6. (6 p.) Sono date le funzioni lineari
$$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2, \quad f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_3, x_2 + x_3)$$
$$g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3, \quad g(x_1, x_2) = (x_1, x_2, 3x_1 - 2x_2);$$
usando la rappresentazione matriciale delle funzioni lineari, si determini la funzione $f \circ g$, si stabilisca se e' invertibile, e in caso affermativo si scriva la funzione inversa.