

Esame scritto di Matematica – a.a. 2016-2017 – F.A.I.– I modulo; 09.01.2017

1. (parziale; 4 p.) Si determinino, se esistono, i seguenti limiti

$$\frac{2^x - 3 \log x}{3^x - 2 \log x} \quad \text{per } x \rightarrow +\infty, 0^+$$

$$\frac{x^4 - 1}{x^3 + x^2} \quad \text{per } x \rightarrow 0$$

$$\sin(x) \cos\left(\frac{1}{x}\right) \quad \text{per } x \rightarrow 0, +\infty$$

2. (parziale; 4 p.) Nello spazio, identificato con \mathbb{R}^3 mediante un sistema di riferimento cartesiano ortogonale monometrico, sono dati il punto $P(5, 4, 3)$ ed il vettore $\mathbf{v}(4, 3, 2)$. Si scrivano le equazioni parametriche della retta passante per P e parallela a \mathbf{v} , e l'equazione cartesiana del piano per P ortogonale a \mathbf{v} .

3. (parziale; 4 p.) Sono date le funzioni lineari

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad f(x, y) = (x, y, x + y)$$

$$g: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad g(x, y, z) = (x + y + z, y + z)$$

Si scrivano le matrici associate ad f , a g , ad $f \circ g$, e si stabilisca se la funzione $f \circ g$ è invertibile o meno.

4. (5 p.) Si determini se possibile una base di \mathbb{R}^3 costituita da autovettori della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

5. (4 p.) Si calcolino i seguenti integrali

$$\int \left(\frac{x + x^{1/2} + 1}{3x^2 + 4x^{3/2} + 6x} \right) dx \quad \int_0^{+\infty} x e^{-x} dx.$$