

Esame scritto di Matematica – a.a. 2016-2017 – F.A.I.– I modulo; 23.01.2017

1. (parziale; 4 p.) Si determinino, se esistono, i seguenti limiti

$$\begin{array}{ll} \frac{3e^x - 4x}{5e^x - 6x} & \text{per } x \rightarrow +\infty, -\infty \\ \log\left(\frac{7x+5}{3x^2+2}\right) & \text{per } x \rightarrow +\infty \\ \frac{5x + 3 \sin x}{2x} & \text{per } x \rightarrow +\infty, 0 \end{array}$$

2. (parziale; 4 p.) Nello spazio vettoriale con prodotto scalare \mathbb{R}^4 , si determinino i vettori \mathbf{b}_{\parallel} e \mathbf{b}_{\perp} componenti parallela ed ortogonale del vettore $\mathbf{b} = (1, 1, 1, 0)$ rispetto al vettore $\mathbf{a} = (0, 1, 1, 1)$. Si verifichi che \mathbf{b} ed \mathbf{a} soddisfano la disuguaglianza triangolare, e che \mathbf{b}_{\parallel} e \mathbf{b}_{\perp} soddisfano il teorema di Pitagora.
3. (parziale; 4 p.) Sono date le funzioni lineari

$$\begin{array}{l} f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad f(x, y) = (x + 2y, 2x + 3y, 3x + 4y) \\ g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad g(x, y) = (x - y, x + y) \end{array}$$

Usando la corrispondenza fra funzioni lineari e matrici, si determinino le funzioni lineari $f \circ g$ e g^{-1} .

4. (5 p.) E' dato il sistema lineare nelle incognite x, y, z

$$\begin{cases} 2x + 3y + 4z = 0 \\ 3x + 4y + 5z = 0 \\ 4x + 5y + 6z = h \end{cases}$$

dove h è un parametro in \mathbb{R} . Si calcoli, in due modi, il determinante della matrice dei coefficienti del sistema, si determinino i valori di h per i quali il sistema ha qualche soluzione, e per tali valori lo si risolva.

5. (4 p.) Si calcolino i seguenti integrali

$$\int_0^2 x \sqrt{4x^2 + 9} \, dx \quad \int_{-\infty}^0 \frac{dx}{(3x - 2)^2}.$$