

Esame scritto di Matematica – a.a. 2016-2017 – F.A.I.– I modulo; 19.07.2017

1. (parziale; 4 p.) Si determinino, se esistono, i seguenti limiti

$$\begin{array}{ll} \frac{3x + 4x^{1/2}}{5x + 6x^{1/2}} & \text{per } x \rightarrow +\infty \text{ e per } x \rightarrow 0^+ \\ \frac{1}{x^3 - x^2} & \text{per } x \rightarrow 0 \text{ e per } x \rightarrow 1 \\ \log_2 x - \log_{1/2} x & \text{per } x \rightarrow +\infty \text{ e per } x \rightarrow 0^+ \end{array}$$

2. (parziale; 4 p.) Nello spazio, identificato con \mathbb{R}^3 mediante un sistema di riferimento cartesiano ortogonale monometrico, sono dati il punto $P(1, 2, 3)$ ed i vettori $\mathbf{u}(4, -3, 2)$, $\mathbf{v}(-2, 3, -4)$. Si scrivano l'equazione cartesiana del piano per P ortogonale a \mathbf{u} e le equazioni parametriche del piano passante per P e parallelo a \mathbf{u} , \mathbf{v} .
3. (parziale; 4 p.) Sono date le funzioni lineari

$$\begin{array}{l} f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad f(x, y) = (x, x + y, -y) \\ g: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad g(x, y, z) = (x + y, x - z) \end{array}$$

Usando la corrispondenza fra funzioni lineari e matrici, si determinino la funzione lineare $g \circ f$ e si stabilisca se $g \circ f$ è invertibile.

4. (5 p.) Si determini se possibile una base di \mathbb{R}^3 costituita da autovettori della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Esiste una base ortonormale di \mathbb{R}^3 costituita da autovettori di A ?

5. (4 p.) Si calcolino i seguenti integrali

$$\int (3x + 2) \log x \, dx \quad \int_0^{+\infty} \frac{x^{1/2}}{x^{3/2} + 1} \, dx.$$