

Esercizi, III settimana

1. Sono date le funzioni

$$f : \mathbb{R}_{\neq 1} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = (x+1)/(x-1);$$
$$g : \mathbb{R}_{>0} \rightarrow \mathbb{R}, \quad g(x) = \log x.$$

Si restringa il dominio di f in modo che la funzione composta $g \circ f$ sia definita, e si scriva $g \circ f$. Si restringa il dominio di g in modo che la funzione composta $f \circ g$ sia definita, e si scriva $f \circ g$.

2. Si dia una fattorizzazione della seguente funzione come composizione di tre funzioni.

$$h : \mathbb{R}_{\leq 1} \rightarrow \mathbb{R}, \quad h(x) = \exp_2 \left(\sqrt{1/(1-x)} \right).$$

3. Si dia una rappresentazione del grafico della funzione

$$k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad k(x) = |x-1| + |x-2|.$$

4. È data la funzione

$$f : \mathbb{R}_{\neq -2/3} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = (5x+4)/(3x+2).$$

Formulare un'ipotesi sul limite di $f(x)$ per x che tende a $+\infty$, e verificare la correttezza dell'ipotesi usando la definizione di limite.

5. Verificare, usando la definizione, che

$x^2 \rightarrow +\infty$	per $x \rightarrow +\infty$	$x^2 \rightarrow +\infty$	per $x \rightarrow -\infty$
$x^3 \rightarrow +\infty$	per $x \rightarrow +\infty$	$x^3 \rightarrow -\infty$	per $x \rightarrow -\infty$
$x^{-1} \rightarrow 0^+$	per $x \rightarrow +\infty$	$x^{-1} \rightarrow 0^-$	per $x \rightarrow -\infty$
$10^x \rightarrow +\infty$	per $x \rightarrow +\infty$	$10^x \rightarrow 0^+$	per $x \rightarrow -\infty$
$(0.1)^x \rightarrow 0^+$	per $x \rightarrow +\infty$	$(0.1)^x \rightarrow +\infty$	per $x \rightarrow -\infty$
$\log_{10} x \rightarrow +\infty$	per $x \rightarrow +\infty$		
$\log_{0.1} x \rightarrow -\infty$	per $x \rightarrow +\infty$		

6. Per ciascuna delle seguenti equazioni lineari omogenee, si scriva la dimensione dello spazio delle sue soluzioni, e si determini una sequenza di vettori linearmente indipendente massimale in tale spazio

$2x + 3y = 0$	incognite x, y
$2x + 3y + 5z = 0$	incognite x, y, z
$2x + 3y = 0$	incognite x, y, z
$2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 0$	incognite x_1, \dots, x_4

7. Si determinino tutti le possibili matrici di tipo $2 \times 1, 3 \times 1, 3 \times 2, 1 \times 2, 1 \times 3$, ottenibili come prodotto di due delle matrici seguenti

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

8. Verificare che la matrice

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$$

è invertibile con inversa la seguente matrice

$$\begin{bmatrix} -7 & 3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}.$$

9. Per ciascuna delle seguenti matrici, stabilire se è invertibile

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$