

Esercizi di Matematica Discreta, II

1. Quanti sono i monomi di grado k in n variabili non commutanti? Quanti sono i monomi di grado k in n variabili commutanti? Fra questi ultimi, quanti sono quelli di grado al più uno in ciascuna variabile?
2. Fra gli n studenti presenti un certo giorno in una classe ce ne sono esattamente x di un certo paese. Ciascuno dei c docenti che quel giorno si susseguono nel far lezione a quella classe sceglie uno degli n studenti per un'interrogazione. Qual'è la probabilità che fra le c interrogazioni ce ne siano esattamente y rivolte a quei compaesani?
3. Con riferimento all'esercizio precedente: cosa si ottiene per $y = 0$? e per $y = c$? qual'è il fattore di incremento nel passaggio da $y - 1$ ad y ?
4. E' dato un foglio a quadretti con m righe ed n colonne. Si provi che il numero dei cammini formati da passi unitari orizzontali verso destra e verticali verso l'alto che partono dal vertice in basso a sinistra e arrivano al vertice in alto a destra e' dato da

$$\left\langle \begin{matrix} m+1 \\ n \end{matrix} \right\rangle.$$

5. Si provi, per $n, k > 0$, la seguente relazione ricorsiva

$$\left\langle \begin{matrix} n \\ k \end{matrix} \right\rangle = \left\langle \begin{matrix} n-1 \\ k \end{matrix} \right\rangle + \left\langle \begin{matrix} n \\ k-1 \end{matrix} \right\rangle$$