

Esercizi di Matematica Discreta, IV

1. Si ricerchi una formula che semplifichi il calcolo della somma dei primi n interi dispari; si dimostri per induzione il risultato intuitivo.
2. Siano $a(n, k)$, per $n, k = 0, 1, 2, \dots$, i numeri definiti dalle condizioni iniziali

$$a(0, k) = \begin{cases} 1 & \text{per } k = 0 \\ 0 & \text{per } k > 0 \end{cases}, \quad a(n, 0) = \begin{cases} 1 & \text{per } n = 0 \\ 0 & \text{per } n > 0 \end{cases}$$

e dalla relazione ricorsiva

$$a(n, k) = a(n-1, k-1) + (n-1)t a(n-1, k), \quad \text{per } n, k > 0,$$

dove t e' una costante reale. Si cerchi, considerando i casi $n = 0, 1, 2, 3$, una formula per il polinomio

$$\sum_{k=0}^n a(n, k)x^k$$

e si dimostri per induzione il risultato intuitivo.

3. Siano n, a, b, c, d, e, f sette numeri naturali. Qual'e' la probabilita' che lanciando n volte un dado si ottenga a volte 1, b volte 2, ..., f volte 6?
4. Le carte di un mazzo da 40 vengono equamente distribuite a quattro giocatori Aldo, Bruno, Carlo e Damiano per una mano di scopone scientifico. Qual'e' la probabilita' che Aldo, Bruno Carlo e Damiano abbiano 1, 2, 2, 5 carte di denari, rispettivamente?
5. Si calcoli $(a + b + c)^3$. Quanti termini compaiono nello sviluppo di $(x_1 + x_2 + \dots + x_m)^n$?