

**Prova scritta di Istituzioni di Matematica I - 22 Settembre 2006**  
**Corso di Laurea in Scienze Ambientali - Ravenna**

1. Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \frac{t}{1+t^2} dt}{\tan(x^2)}$$

2. Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 x^3 e^{-x^2} dx$$

3. Dopo aver determinato il dominio della funzione

$$f(x) = \frac{(x-5)^2}{\sqrt{x^2-1}}$$

trovarne eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti.

4. Determinare per quali valori del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$  il seguente sistema ammette soluzioni,

$$\begin{pmatrix} 1 & \alpha & 0 \\ 2 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ \alpha \end{pmatrix}.$$

Determinare la soluzione del sistema per  $\alpha = 1$ .

5. Determinare la retta  $r$  di  $\mathbb{R}^3$  passante per  $P = (2, 1, 0)$  e parallela al vettore  $\underline{v}^T = (1, -1, 0)$ . Determinare quindi il piano ortogonale ad  $r$  e passante per  $P$ . Trovare infine i punti di  $r$  che distano 3 dal piano.

6. Calcolare, se esiste, il seguente limite di successione numerica

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \ln \sqrt[n]{1+2^n}.$$