

**Corso di Analisi Matematica T-B**  
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica  
Anno Accademico 2012/13

## Esercizi

**A)** Determinare i punti di minimo e di massimo locale e i punti di sella delle seguenti funzioni:

1.  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x, y) = -x^3 - xy^2 + x^2 + y^2 + 5x$

2.  $f: \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x, y) = \frac{y-1}{x^2+y^2}$

3.  $f: \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x, y) = \frac{x^3-4}{x^2+2y^2}$

4.  $f: \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \neq -y\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x, y) = \frac{xy+2x+4y}{x+y}$

5.  $f: \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy > 0\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x, y) = \frac{\log(xy)}{x+4y}$

6.  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + yz + z^3$

7.  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x, y, z) = -x^2 - 2xy + y^3 - 2y^2 - 3y - z^2 + 2yz$

8.  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 + 4(1-x-y)^3$

9.  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x, y, z) = (x^2 + 2y^2 + 4)(x^2 + 5z^2 - 10)$

10.  $f: \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x \neq y\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x, y, z) = \frac{2x^2 + y^2 + z^2 + 3}{x-y}$

**B)** Determinare l'immagine della funzione  $f: V \rightarrow \mathbb{R}$  con:

1.  $V = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + 4y^2 = 4\}$ ,  $f(x, y) = x + 4y$

2.  $V = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1\}$ ,  $f(x, y) = 2x^2 + y^3 + y$

3.  $V = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^4 + y^4 = 1\}$ ,  $f(x, y) = x + 8y$

4.  $V = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 4\}$ ,  $f(x, y) = x^2 + 2y^2 - 2x$

5.  $V = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 4x^2 + y^2 = 5\}$ ,  $f(x, y) = 7x^2 + 2xy + y^2$

6.  $V = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1\}$ ,  $f(x, y) = -6x^3 + xy^2 + 2y^2$

7.  $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 9\}$ ,  $f(x, y, z) = x + 3y$

8.  $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 9\}$ ,  $f(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 4z$

9.  $V = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 10x^2 + y^2 + 10z^2 = 8 \}$ ,  $f(x, y, z) = 3x + y + z - 1$

10.  $V = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + 4z^2 = 4 \}$ ,  $f(x, y, z) = 2x + y^2 + z^2$

11.  $V = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + 2y^2 + 4z^2 = 6 \}$ ,  $f(x, y, z) = xyz$

12.  $V = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + 3y^2 + 3z^2 = 24 \}$ ,  $f(x, y, z) = 4x^2 - y^2 - 2yz - z^2$

## Soluzioni

A)

1.  $(-1, 0)$  è punto di minimo locale,  $\left(\frac{5}{3}, 0\right)$  è punto di massimo locale,  $(1, -2)$  e  $(1, 2)$  sono punti di sella.

2.  $(0, 2)$  è punto di massimo locale.

3.  $(-2, 0)$  è punto di sella.

4.  $(-2, 0)$  e  $(0, 2)$  sono punti di sella.

5.  $\left(2e, \frac{e}{2}\right)$  è punto di massimo locale,  $\left(-2e, -\frac{e}{2}\right)$  è punto di minimo locale.

6.  $\left(0, -\frac{1}{12}, \frac{1}{6}\right)$  è punto di minimo locale,  $(0, 0, 0)$  è punto di sella.

7.  $(1, -1, -1)$  è punto di massimo locale,  $(-1, 1, 1)$  è punto di sella.

8.  $\left(\frac{3}{8}, \frac{3}{8}, 0\right)$  è punto di minimo locale,  $\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, 0\right)$  è punto di sella.

9.  $(0, 0, 0)$ ,  $(\sqrt{3}, 0, 0)$  e  $(-\sqrt{3}, 0, 0)$  sono punti di sella.

10.  $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\sqrt{2}, 0\right)$  è punto di minimo locale,  $\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \sqrt{2}, 0\right)$  è punto di massimo locale.

B)

1.  $[-2\sqrt{5}, 2\sqrt{5}]$

5.  $\left[\frac{15}{4}, 10\right]$

9.  $[-5, 3]$

2.  $\left[-2, \frac{58}{27}\right]$

6.  $[-6, 6]$

10.  $[-4, 5]$

3.  $[-17^{3/4}, 17^{3/4}]$

7.  $[-3\sqrt{10}, 3\sqrt{10}]$

11.  $[-1, 1]$

4.  $[0, 9]$

8.  $[5, 30]$

12.  $[-16, 96]$