Ricordo che un sottospazio affine $\mathcal{A}'$ è il traslato di un sottospazio vettoriale $\vec{A}'$ che è detto essere la sua giacitura

---

I sottospazi affini $\mathcal{A}', \mathcal{A}''$ si dicono paralleli se $\vec{A}' \subseteq \vec{A}''$ o viceversa

---

Rappresentazioni di rette

$$r: \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_1 \\ \vdots \\ l_n \end{pmatrix} (\alpha) + \begin{pmatrix} \bar{x}_1 \\ \vdots \\ \bar{x}_n \end{pmatrix}$$

coefficienti direttivi di r

sono componenti di un vettore libero nonnullo di $\vec{r}$

$$r \mid \begin{cases} a_1^1 x_1 + \dots + a_n^1 x_n = b_1 \\ \dots \\ a_1^{n-1} x_1 + \dots + a_n^{n-1} x_n = b_{n-1} \end{cases}$$

Come ottenerne i coefficienti direttivi?

Dato un sistema S di $n-1$ equazioni lineari omogenee indipendenti

$$\begin{cases} a^1_1 x_1 \cdots + a^1_n x_n = 0 \\ \cdots \\ a^{n-1}_1 x_1 + \cdots + a^{n-1}_n x_n = 0 \end{cases}$$

la generica soluzione è

$\alpha \left(|M_1|, -|M_2|, \dots, (-1)^{n-1} |M_n| \right)$

dove M_i è il minore ottenuto dalla matrice incompleta cancellando la colonna i.

$r: \begin{cases} x - 2y + 5z = 1 \\ 3x + y + z = 2 \end{cases}$

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} (l, m, n) \sim \left(\begin{vmatrix} -2 & 5 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}, -\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} \right)$$

$$= (-7, 14, 7)$$

$$\sim (-1, 2, 1)$$

Rappresentazione frazionaria possibile solo quando tutti gli l_i sono $\neq 0$

$$\frac{x_1 - \bar{x}_1}{l_1} = \frac{x_2 - \bar{x}_2}{l_2} = \dots = \frac{x_n - \bar{x}_n}{l_n} = \alpha$$

$$\begin{cases} x_1 = l_1 \alpha + \overline{x_1} \\ \vdots \\ x_n = l_n \alpha + \overline{x_n} \end{cases}$$

Spazio euclideo: spazio affine in cui lo spazio vettoriale dei vettori liberi è dotato di prodotto scalare.

Due rette r, r' si dicono ortogonali se ogni vettore di $\vec{\eta}$ è ortogonale (cioè ha prodotto scalare nullo) ad ogni vettore di $\vec{\eta}'$.

PROP - Se $\exists$ un vettore di $\vec{\eta}$ e uno di $\vec{\eta}'$ fra loro ortogonali allora tutti quelli di $\vec{\eta}$ sono ortogonali a tutti quelli di $\vec{\eta}'$.

Iperpiano: sottospazio di $\dim = n-1$

Una retta ℓ e un iperpiano Π si dicono ortogonali se le loro giaciture sono una il complemento ortogonale dell'altra.

Due iperpiani si dicono ortogonali se due rette ortogonali ad essi rispettivamente sono ortogonali fra loro.

In $\mathcal{A}^n$, dato il sottospazio $\mathcal{A}'$ di dim $= n-2$, il **fascio di iperpiani per $\mathcal{A}'$** è l'insieme degli iperpiani contenenti $\mathcal{A}'$

PROP - Se $\mathcal{A}': \begin{cases} a_1x_1 + \dots + a_nx_n + b = 0 \\ c_1x_1 + \dots + c_nx_n + d = 0 \end{cases}$

allora il generico iperpiano del fascio per $\mathcal{A}'$ ha equazione

$$\alpha(a_1x_1 + \dots + a_nx_n + b) + \beta(c_1x_1 + \dots + c_nx_n + d) = 0$$