

Ogni quesito presenta quattro risposte; ce ne possono essere da 0 a 4 vere. Attraversare con una crocetta la lettera **V** se ritenete la risposta vera, la lettera **F** se la ritenete falsa. Per annullare una crocetta, cerchiarla. **Ogni risposta assegna un punteggio di 1/2 punto se l'indicazione è esatta, -1/2 punto se è errata, 0 punti in caso di astensione.** Non è consentito alcun ausilio (libri, appunti, calcolatrici, ...). La scheda verrà ritirata al termine della prima ora.

1) Siano $A \in \mathcal{M}_{5 \times 7}$ e $B \in \mathcal{M}_5$. È possibile eseguire l'operazione

- F V** a) $A + A$
F V b) $A + {}^tA$
F V c) $A \cdot {}^tA$
F V d) $A \cdot B$

1') Siano $A \in \mathcal{M}_{5 \times 7}$ e $B \in \mathcal{M}_7$. È possibile eseguire l'operazione

- F V** a) $A + A$
F V b) $A + {}^tA$
F V c) $A \cdot A$
F V d) $A \cdot B$

2) Nello spazio vettoriale V dei polinomi in x a coefficienti reali, di grado ≤ 2 , sia \mathcal{B} la base ordinata $(1 + x, 1 - x, x^2)$. Il polinomio $6 + 2x^2$ ha, rispetto a \mathcal{B} , componenti

- F V** a) $(6, 0, 2)$
F V b) $(6, 2)$
F V c) $(3, 3, 2)$
F V d) $(4, 2, 0)$

2') Nello spazio vettoriale V dei polinomi in x a coefficienti reali, di grado ≤ 2 , sia \mathcal{B} la base ordinata $(1 + x, 1 - x, x^2)$. Il polinomio $6 + 2x$ ha, rispetto a \mathcal{B} , componenti

- F V** a) $(6, 0, 2)$
F V b) $(6, 2)$
F V c) $(3, 3, 2)$
F V d) $(4, 2, 0)$

3) Dato in \mathbf{R}^4 il sottospazio U di equazioni
$$\begin{cases} x + z = 0 \\ y + t = 0 \\ x + t = 0 \end{cases}$$
 una sua base è:

- F V** a) $\{(1, 0, 1, 0), (0, 1, 0, 1), (1, 0, 0, 1)\}$.
F V b) $\{(-1, -1, 1, 1), (-2, -2, 2, 2), (-3, -3, 3, 3)\}$.
F V c) $\{(-3, -3, 3, 3)\}$.
F V d) $\{(1, 0, -1, 0), (0, 1, 0, -1)\}$.

3') Dato in \mathbf{R}^4 il sottospazio U di equazioni
$$\begin{cases} x + z = 0 \\ y + t = 0 \\ x + y + z + t = 0 \end{cases}$$
 una sua base è:

- F V** a) $\{(1, 0, 1, 0), (0, 1, 0, 1), (1, 1, 1, 1)\}$.
F V b) $\{(-1, -1, 1, 1), (-2, -2, 2, 2), (-3, -3, 3, 3)\}$.
F V c) $\{(-3, -3, 3, 3)\}$.
F V d) $\{(1, 0, -1, 0), (0, 1, 0, -1)\}$.

- 4) Siano S un sistema lineare non omogeneo possibile di 3 equazioni in 3 incognite ed S_o il sistema lineare omogeneo associato. Sia $(9, 8, 7)$ una soluzione di S_o . Allora $(1, 2, 3) + (9, 8, 7)$ è una soluzione di S

- F V** a) se $(1, 2, 3)$ è la colonna dei termini noti di S .
F V b) se $(1, 2, 3)$ è una soluzione di S .
F V c) se $(9, 8, 7)$ è la colonna dei termini noti di S .
F V d) se $(1, 2, 3)$ è una soluzione di S_o .

- 4') Siano S un sistema lineare non omogeneo possibile di 3 equazioni in 3 incognite ed S_o il sistema lineare omogeneo associato. Sia $(1, 2, 3)$ una soluzione di S_o . Allora $(1, 2, 3) + (9, 8, 7)$ è una soluzione di S

- F V** a) se $(1, 2, 3)$ è la colonna dei termini noti di S .
F V b) se $(9, 8, 7)$ è una soluzione di S .
F V c) se $(9, 8, 7)$ è la colonna dei termini noti di S .
F V d) se $(9, 8, 7)$ è una soluzione di S_o .

- 5) In \mathcal{E}^3 , rispetto a un riferimento cartesiano, si dica quali equazioni rappresentano ellissoidi (reali o immaginari).

- F V** a) $x^2 + 3y^2 = z^2 + 1$
F V b) $x^2 + 3y^2 = z^2 - 1$
F V c) $x^2 + 3y^2 = 1 - z^2$
F V d) $x^2 + 3y^2 = -z^2 - 1$

- 5') In \mathcal{E}^3 , rispetto ad un riferimento cartesiano, si dica quali equazioni rappresentano iperboloidi.

- F V** a) $x^2 + 3y^2 = z^2 + 1$
F V b) $x^2 + 3y^2 = z^2 - 1$
F V c) $x^2 + 3y^2 = 1 - z^2$
F V d) $x^2 + 3y^2 = -z^2 - 1$

- 6) Possono esistere un endomorfismo T di \mathbf{R}^5 ed un suo autovalore $\bar{\lambda}$ per cui vale:

- F V** a) la molteplicità algebrica è 5 e quella geometrica è 1.
F V b) la molteplicità algebrica è 3 e quella geometrica è 4.
F V c) la molteplicità algebrica è 6 e quella geometrica è 6.
F V d) la molteplicità algebrica è 6 e quella geometrica è 5.

- 6') Possono esistere un endomorfismo T di \mathbf{R}^5 ed un suo autovalore $\bar{\lambda}$ per cui vale:

- F V** a) la molteplicità algebrica è 5 e quella geometrica è 0.
F V b) la molteplicità algebrica è 4 e quella geometrica è 3.
F V c) la molteplicità algebrica è 6 e quella geometrica è 6.
F V d) la molteplicità algebrica è 6 e quella geometrica è 5.

- 7) In uno spazio euclideo di dimensione 3, rispetto ad un riferimento cartesiano, le equazioni
$$\begin{cases} x + z = 1 \\ x - z = 3 \end{cases}$$
 rappresentano

- F V** a) una retta ortogonale al piano xz .
F V b) l'insieme vuoto.
F V c) una retta parallela al piano xz .
F V d) tutto lo spazio.

7') In uno spazio euclideo di dimensione 3, rispetto ad un riferimento cartesiano, le equazioni

$$\begin{cases} y + z = 1 \\ y - z = 3 \end{cases} \text{ rappresentano}$$

- F V** a) una retta ortogonale al piano xz .
F V b) l'insieme vuoto.
F V c) una retta parallela al piano xz .
F V d) tutto lo spazio.

8) Due rette distinte di uno spazio euclideo \mathcal{E}^3 sono sghembe se e solo se

- F V** a) non hanno punti in comune, ma hanno tutti i vettori liberi in comune.
F V b) il sistema formato dalle loro equazioni cartesiane non ammette soluzioni e ha la matrice completa di rango 3.
F V c) non hanno punti in comune e non hanno vettori liberi non nulli in comune.
F V d) il sistema formato dalle loro equazioni cartesiane ha la matrice completa di rango 4.

8') Due rette distinte di uno spazio affine \mathcal{A}^3 sono parallele se e solo se

- F V** a) non hanno punti in comune, ma hanno tutti i vettori liberi in comune.
F V b) il sistema formato dalle loro equazioni cartesiane non ammette soluzioni e ha la matrice completa di rango 3.
F V c) non hanno punti in comune e non hanno vettori liberi non nulli in comune.
F V d) il sistema formato dalle loro equazioni cartesiane ha la matrice completa di rango 4.

9) In $\mathcal{M}_3(\mathbf{R})$ la matrice $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ è congruente a

F V a) $\begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

F V b) $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

F V c) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

F V d) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

9') In $\mathcal{M}_3(\mathbf{R})$ la matrice $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ è simile a

F V a) $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

F V b) $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

F V c) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

F V d) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$