

Ogni quesito presenta quattro risposte; ce ne possono essere da 0 a 4 vere. Attraversare con una crocetta la lettera **V** se ritenete la risposta vera, la lettera **F** se la ritenete falsa. Per annullare una crocetta, cerchiarla. **Ogni risposta assegna un punteggio di 1/2 punto se l'indicazione è esatta, -1/2 punto se è errata, 0 punti in caso di astensione.** Non è consentito alcun ausilio (libri, appunti, calcolatrici, ...). La scheda verrà ritirata al termine della prima ora.

1) In uno spazio euclideo, rispetto ad un riferimento cartesiano, il piano di equazione $x + 2z = 3$

- F V** a) è ortogonale all'asse x .
F V b) è ortogonale all'asse z .
F V c) è ortogonale al piano xz .
F V d) è ortogonale al piano yz .

1') In uno spazio euclideo, rispetto ad un riferimento cartesiano, il piano di equazione $y + 2z = 3$

- F V** a) è ortogonale all'asse x .
F V b) è ortogonale all'asse z .
F V c) è ortogonale al piano xz .
F V d) è ortogonale al piano yz .

2) In uno spazio vettoriale V di dimensione 5, sia T un endomorfismo qualunque. T è diagonalizzabile se

- F V** a) in V ci sono 5 autovettori di T linearmente indipendenti.
F V b) la somma delle molteplicità algebriche degli autovalori di T vale 5.
F V c) T ammette esattamente 3 autovalori distinti, tutti di molteplicità geometrica 1.
F V d) fissate basi per ognuno degli autospazi di T , la loro unione è formata da 5 elementi.

2') In uno spazio vettoriale V di dimensione 5, sia T un endomorfismo qualunque. T è diagonalizzabile se

- F V** a) in V ci sono 3 autovettori di T linearmente indipendenti.
F V b) la somma delle molteplicità geometriche degli autovalori di T vale 5.
F V c) T ammette esattamente 5 autovalori distinti, tutti di molteplicità algebrica 1.
F V d) fissate basi per ognuno degli autospazi di T , la loro unione è formata da 3 elementi.

3) In \mathbf{R}^3 , sia $X = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x = \alpha, y = \alpha^2, z = 0, \alpha \in \mathbf{R}\}$. La chiusura lineare di X

- F V** a) è un sottospazio vettoriale di dimensione 1.
F V b) è un sottospazio vettoriale di dimensione 2.
F V c) coincide con \mathbf{R}^3 .
F V d) non è un sottospazio vettoriale.

3') In \mathbf{R}^3 , sia $X = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x = \alpha^2, y = \alpha^2, z = 0, \alpha \in \mathbf{R}\}$. La chiusura lineare di X

- F V** a) è un sottospazio vettoriale di dimensione 1.
F V b) è un sottospazio vettoriale di dimensione 2.
F V c) coincide con \mathbf{R}^3 .
F V d) non è un sottospazio vettoriale.

4) Sia $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{R})$ una matrice simmetrica. Siano M_i ($i \in \mathbf{N}_n$) i minori estratti da A come intersezione delle prime i righe e colonne. Se la forma quadratica associata ad A è definita positiva, allora

- F V** a) per ogni $i \in \mathbf{N}_n$, $\det(M_i) < 0$.
F V b) per ogni $i \in \mathbf{N}_n$, $\det(M_i) > 0$.
F V c) tutti gli elementi di A sono positivi.
F V d) tutti gli elementi di A sono negativi.

4') Sia $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{R})$ una matrice simmetrica. Siano M_i ($i \in \mathbf{N}_n$) i minori estratti da A come intersezione delle prime i righe e colonne. Se la forma quadratica associata ad A è definita negativa, allora

- F V** a) per ogni $i \in \mathbf{N}_n$, $\det(M_i) < 0$.
F V b) per ogni $i \in \mathbf{N}_n$, $\det(M_i) > 0$.
F V c) tutti gli elementi di A sono positivi.
F V d) tutti gli elementi di A sono negativi.

5) Sia $A = (a_j^i) \in \mathcal{M}_n(\mathbf{R})$. Sicuramente $\det(A) = 0$ se

- F V** a) $i \geq j \Rightarrow a_j^i = 0$.
F V b) $\forall j \in \mathbf{N}_n \ a_j^1 = 0$.
F V c) $\forall i \in \mathbf{N}_n \ a_i^i = 0$.
F V d) in A ci sono più elementi nulli che elementi non nulli.

5') Sia $A = (a_j^i) \in \mathcal{M}_n(\mathbf{R})$. Sicuramente $\det(A) = 0$ se

- F V** a) $i \leq j \Rightarrow a_j^i = 0$.
F V b) $\forall i \in \mathbf{N}_n \ a_1^i = 0$.
F V c) $\forall i \in \mathbf{N}_n \ a_i^i = 0$.
F V d) in A ci sono più elementi nulli che elementi non nulli.

6) In un piano euclideo \mathcal{E}^2 , rispetto ad un riferimento cartesiano, l'equazione $x^2 + y^2 = 0$ rappresenta

- F V** a) una conica degenera.
F V b) una conica vuota.
F V c) il piano stesso.
F V d) una circonferenza di raggio 1.

6') In uno spazio euclideo \mathcal{E}^3 , rispetto ad un riferimento cartesiano, l'equazione $x^2 + y^2 = 1$ rappresenta

- F V** a) una quadrica degenera.
F V b) una conica vuota.
F V c) un piano.
F V d) una circonferenza di raggio 1.

7) Nello spazio vettoriale V dei polinomi in x a coefficienti reali, di grado ≤ 3 , l'insieme $\{x, x + x^2, 1 + x^2, 2x^2\}$ è

- F V** a) un sistema di generatori di V .
F V b) linearmente indipendente.
F V c) linearmente dipendente.
F V d) una base di V .

7') Nello spazio vettoriale V dei polinomi in x a coefficienti reali, di grado ≤ 2 , l'insieme $\{x, x + x^2, 1 + x^2, 2x^2\}$ è

- F V** a) un sistema di generatori di V .
F V b) linearmente indipendente.
F V c) linearmente dipendente.
F V d) una base di V .

8) Dire quali delle seguenti applicazioni sono lineari.

- F V** a) $T: \mathcal{M}_2(\mathbf{R}) \rightarrow \mathcal{M}_2(\mathbf{R})$
 $A \mapsto {}^t A$
F V b) $T: \mathcal{M}_2(\mathbf{R}) \rightarrow \mathbf{R}$
 $A \mapsto \det A$
F V c) $T: \mathcal{M}_2(\mathbf{R}) \rightarrow \mathbf{R}$
 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mapsto a + b + c + d$
F V d) $T: \mathcal{M}_2(\mathbf{R}) \rightarrow \mathbf{R}^5$
 $A \mapsto (0, 0, 0, 0, 0)$

8') Dire quali delle seguenti applicazioni sono lineari.

- F V** a) $T: \mathcal{M}_2(\mathbf{R}) \rightarrow \mathcal{M}_2(\mathbf{R})$
 $A \mapsto {}^t A$
F V b) $T: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$
 $(x, y) \mapsto \det \begin{pmatrix} x & y \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$
F V c) $T: \mathcal{M}_2(\mathbf{R}) \rightarrow \mathbf{R}$
 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mapsto abcd$
F V d) $T: \mathcal{M}_2(\mathbf{R}) \rightarrow \mathbf{R}^5$
 $A \mapsto (0, 0, 0, 0, 0)$

9) Nell'anello dei polinomi in x a coefficienti reali, di qualunque grado, gli elementi che ammettono inverso moltiplicativo

- F V** a) non esistono.
F V b) sono tutti i polinomi diversi dal polinomio nullo.
F V c) sono le costanti non nulle.
F V d) sono i monomi x^n .

9') Nell'anello dei polinomi in x a coefficienti reali, di qualunque grado, i divisori dello zero

- F V** a) non esistono.
F V b) sono tutti i polinomi diversi dal polinomio nullo.
F V c) sono le costanti non nulle.
F V d) sono i monomi x^n .