

Ogni quesito presenta quattro risposte; ce ne possono essere da 0 a 4 vere. Attraversare con una crocetta la lettera **V** se ritenete la risposta vera, la lettera **F** se la ritenete falsa. Per annullare una crocetta, cerchiarla. **Ogni risposta assegna un punteggio di 1/2 punto se l'indicazione è esatta, -1/2 punto se è errata, 0 punti in caso di astensione.** Non è consentito alcun ausilio (libri, appunti, calcolatrici, ...). La scheda verrà ritirata al termine della prima ora.

$$1) \text{ Si dica qual è la dimensione del sottospazio vettoriale di } \mathbf{R}^5 \text{ di equazioni } \begin{cases} x_1 = \alpha + \beta \\ x_2 = \gamma + \delta \\ x_3 = \alpha + \beta + \gamma + \delta \\ x_4 = 0 \\ x_5 = 0. \end{cases}$$

F V a) 1.**F V** b) 2.**F V** c) 3.**F V** d) 4.

$$1') \text{ Si dica qual è la dimensione del sottospazio vettoriale di } \mathbf{R}^5 \text{ di equazioni } \begin{cases} x_1 = \alpha + \delta \\ x_2 = \beta + \delta \\ x_3 = \gamma + \delta \\ x_4 = 0 \\ x_5 = 0. \end{cases}$$

F V a) 1.**F V** b) 2.**F V** c) 3.**F V** d) 4.

2) Nello spazio vettoriale V dei polinomi in x a coefficienti reali, di grado ≤ 2 , siano $\mathcal{B} = (1, x, x^2)$ e $\mathcal{B}' = (1, 1 + x, 1 + x + x^2)$ sue basi ordinate. Se $p \in V$ ha componenti $(5, 1, -2)$ rispetto a \mathcal{B}' , allora rispetto a \mathcal{B} ha componenti

F V a) $(5, 1, -2)$.**F V** b) $(-5, -1, 2)$.**F V** c) $(4, 3, -2)$.**F V** d) $(4, -1, -2)$.

2') Nello spazio vettoriale V dei polinomi in x a coefficienti reali, di grado ≤ 2 , siano $\mathcal{B} = (1, x, x^2)$ e $\mathcal{B}' = (1, 1 + x, 1 + x + x^2)$ sue basi ordinate. Se $p \in V$ ha componenti $(5, 1, -2)$ rispetto a \mathcal{B} , allora rispetto a \mathcal{B}' ha componenti

F V a) $(5, 1, -2)$.**F V** b) $(-5, -1, 2)$.**F V** c) $(4, 3, -2)$.**F V** d) $(4, -1, -2)$.

3) La conica di equazione $x^2 - 12y^2 = 0$ è

F V a) degenerare.**F V** b) un'iperbole.**F V** c) una parabola.**F V** d) un'ellisse.

3') La conica di equazione $x^2 - 12y^2 = -1$ è

- F** **V** a) degenerare.
F **V** b) un'iperbole.
F **V** c) una parabola.
F **V** d) un'ellisse.

4) Quali di queste proposizioni sono vere per un qualunque endomorfismo T di uno spazio vettoriale V ?

- F** **V** a) L'insieme degli autovettori di T relativi ad uno stesso autovalore forma sottospazio vettoriale.
F **V** b) L'immagine di T , se non è banale, è formata da autovettori di T .
F **V** c) T ammette sempre almeno 0 come autovalore.
F **V** d) Se V è di dimensione finita, ogni autovalore compare sulla diagonale principale della matrice che rappresenta T rispetto ad una base qualunque.

4') Quali di queste proposizioni sono vere per un qualunque endomorfismo T di uno spazio vettoriale V ?

- F** **V** a) L'insieme di tutti gli autovettori di T forma sottospazio vettoriale.
F **V** b) Il nucleo di T , se non è banale, è formato da autovettori di T .
F **V** c) T ammette sempre almeno 0 come autovalore.
F **V** d) Se V è di dimensione finita, ogni autovalore compare sulla diagonale principale della matrice che rappresenta T rispetto ad una base qualunque.

5) Date $A, B \in \mathcal{M}_2(\mathbf{R})$,

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -6 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix},$$

- F** **V** a) esse sono simili e congruenti.
F **V** b) esse sono simili ma non congruenti.
F **V** c) esse sono congruenti ma non simili.
F **V** d) esse non sono né simili né congruenti.

5') Date $A, B \in \mathcal{M}_2(\mathbf{R})$,

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -6 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix},$$

- F** **V** a) esse sono simili e congruenti.
F **V** b) esse sono simili ma non congruenti.
F **V** c) esse sono congruenti ma non simili.
F **V** d) esse non sono né simili né congruenti.

6) Sia V lo spazio vettoriale delle funzioni polinomiali da \mathbf{R} ad \mathbf{R} . Si dica quali delle seguenti applicazioni T sono lineari.

F **V** a) $T : V \rightarrow \mathbf{R}$
 $p \mapsto 1$

F **V** b) $T : V \rightarrow V$
 $p \mapsto x \cdot p$

F **V** c) $T : V \rightarrow \mathbf{R}$
 $p \mapsto p(1)$

F **V** d) $T : V \rightarrow V$ (dove p' è la derivata di p)
 $p \mapsto p' - p$

6') Sia V lo spazio vettoriale delle funzioni polinomiali da \mathbf{R} ad \mathbf{R} . Si dica quali delle seguenti applicazioni T sono lineari.

F **V** a) $T : V \rightarrow \mathbf{R}$
 $p \mapsto 0$

F **V** b) $T : V \rightarrow V$
 $p \mapsto x + p$

F **V** c) $T : V \rightarrow \mathbf{R}$
 $p \mapsto p(1)$

F **V** d) $T : V \rightarrow V$ (dove p' è la derivata di p)
 $p \mapsto p' - p$

7) In uno spazio euclideo di dimensione 3, rispetto ad un riferimento cartesiano, il sottospazio di equazione $y = 2x$

F **V** a) è una retta passante per l'origine.

F **V** b) è un piano ortogonale al piano coordinato xy .

F **V** c) non esiste perché manca la coordinata z .

F **V** d) è una retta parallela all'asse z .

7') In uno spazio euclideo di dimensione 3, rispetto ad un riferimento cartesiano, il sottospazio di equazione $y = 2x$

F **V** a) è una retta passante per l'origine.

F **V** b) è una retta ortogonale al piano coordinato xy .

F **V** c) non esiste perché manca la coordinata z .

F **V** d) è un piano contenente l'asse z .

8) In uno spazio euclideo \mathcal{E}^3 , rispetto ad un riferimento cartesiano, l'equazione $x^2 + 2y^2 - z = 0$ rappresenta

F **V** a) una quadrica specializzata.

F **V** b) un paraboloide iperbolico.

F **V** c) un paraboloide ellittico.

F **V** d) una quadrica vuota.

8') In uno spazio euclideo \mathcal{E}^3 , rispetto ad un riferimento cartesiano, l'equazione $x^2 - 2y^2 + z = 0$ rappresenta

- F** **V** a) una quadrica specializzata.
- F** **V** b) un paraboloide iperbolico.
- F** **V** c) un paraboloide ellittico.
- F** **V** d) una quadrica vuota.

9) Se la matrice completa di un sistema lineare S di 4 equazioni in 4 incognite contiene la riga $(0, 0, 0, 0, 0)$ allora necessariamente

- F** **V** a) S è impossibile.
- F** **V** b) $\text{Sol}S = \mathbf{R}^4$.
- F** **V** c) o $\text{Sol}S = \emptyset$ o $\dim\text{Sol}S \geq 1$.
- F** **V** d) $(0, 0, 0, 0) \in \text{Sol}S$.

9') Se la matrice completa di un sistema lineare S di 4 equazioni in 4 incognite contiene la riga $(0, 0, 0, 0, 1)$ allora necessariamente

- F** **V** a) S è impossibile.
- F** **V** b) $\text{Sol}S = \mathbf{R}^4$.
- F** **V** c) $\dim\text{Sol}S \geq 1$.
- F** **V** d) $(0, 0, 0, 0) \in \text{Sol}S$.