

Robustezza degli apprendimenti. Un contributo alla valutazione della competenza¹

Gianfranco Arrigo

N.R.D., Bologna

Summary. *With the term robust learning we denote a state of knowledge about a concept that allows a student to resist to refutations done by a third person that is considered to be authoritative by the student (researcher, teacher). The fundamental question we have tried to answer in this paper is the following: a student, that has answered correctly to all the questions of a written exam, has really learned the corresponding concepts in a robust way? According to our results, often the answer is negative. We have interviewed several students that have answered correctly to the questions of a written exam in order to determine the degree of robustness of their learning. Our results show that, quite often, the reasonments underlying the correct answers of the students are very different from those expected by the teacher. We argue robust learning to be a fundamental part of the acquisition of new concepts by the student. From this point of view, the robustness tests developed for this research seem to be an useful additional tools for the evaluation of the real competences of a student.*

Sunto. *Il concetto di “apprendimento robusto” caratterizza un apprendimento che consente al soggetto di resistere a obiezioni fatte da una terza persona autorevole (ricercatore, insegnante, ...). La domanda di fondo alla quale si è cercato di dare risposta è la seguente: se un allievo risponde correttamente a tutte le domande di un test scritto, ha automaticamente acquisito un apprendimento robusto? In molti casi la risposta è negativa. Si sono sottoposti a colloqui particolarmente studiati per la determinazione del grado di robustezza degli apprendimenti allievi che hanno risposto correttamente a tutte le domande di un test scritto e si è potuto constatare che una parte tutt’altro che trascurabile di loro ha risposto per ragioni che hanno poco in comune con le attese dell’insegnante. Si è pure dell’opinione che la robustezza dell’apprendimento porti l’allievo vicino alla competenza. In questo senso i test sulla robustezza si offrono come un interessante strumento per la*

¹ Ricerca effettuata nell’ambito dell’Alta Scuola Pedagogica di Locarno con l’appoggio del NRD di Bologna.

valutazione della competenza.

Résumé. *Le concept d' "apprentissage robuste" caractérise un apprentissage qui permet au sujet de résister vis-à-vis des objections faites par une autre personne (rechercheur, enseignant,...). La question basilare à la quelle on a cherché de répondre est la suivante: si un élève répond correctement à tous les questions d'un test écrit, a-t-il automatiquement acquis un apprentissage robuste? Dans nombreux cas la réponse est négative. On a soumis à des colloques spécifiques permettant de déterminer le degré de robustesse de l'apprentissage des élèves choisis parmi ceux qui ont bien réussi le test écrit et on a pu constater qu'une bonne partie d'entre eux a répondu par des raisons qui n'ont rien à voir avec l'apprentissage souhaité par l'enseignant. En outre on pense que la robustesse de l'apprentissage mène l'élève vers la compétence. Dans ce sens, les test sur la robustesse s'offrent comme un intéressant instrument pour l'évaluation de la compétence.*

Zusammenfassung. *Das Konzept von "robustes Lernen" charakterisiert ein Lernen, die dem Schüler erlaubt, gegenüber Einwände standzuhalten, die durch eine andere Person (Forscher, Lehrer, ...) erhoben werden. Die grundsätzliche Frage dieser Forschung ist folgende: wenn ein Schüler alle Fragen eines schriftlichen Tests richtig beantwortet, hat er automatisch ein robustes Lernen erworben? In zahlreichen Fälle ist die Antwort negativ. Man hat eine ausreichende Menge von Schüler zu spezifischen Kolloquien unterworfen. Alle diese Schüler sind unter diejenigen gewählt worden, die am Test gute Resultate erreicht haben. Man hat festgestellt, daß ein guter Teil von ihnen gemäss Gründe geantwortet hat, die nichts mit der Erwartungen des Lehrers zu tun haben. Außerdem denkt man daß die Robustheit des Lernens führt den Schüler in Richtung der Kompetenz. In diesem Sinne die Teste auf der Robustheit bieten sich wie ein interessantes Instrument für die Bewertung von Kompetenzen an.*

Resumen. *El concepto de "aprendizaje sólido" caracteriza un aprendizaje que permite al sujeto resistir a objeciones hechas por una tercera persona calificada (investigador, docente, ...). La pregunta de fondo a la cual se intentó responder es la siguiente: si un alumno responde correctamente a todas las preguntas de un texto escrito, ¿se puede tomar como indicativo de un aprendizaje sólido?. En muchos casos la respuesta es negativa. Si se someten a coloquios particularmente estudiados para determinar el grado de solidez de los aprendizajes, alumnos que han dado respuestas correctas a todas las preguntas del test escrito se ha podido constatar que una parte no despreciable de ellos ha dado respuestas que tienen muy poco en común con las expectativas del docente. Si deduce que la solidez del aprendizaje lleva a los*

alumnos muy cerca de la competencia. En este sentido los test sobre la solidez se ofrecen como un interesante instrumento de evaluación de la competencia.

Resumo. *O conceito de “aprendizagem robusta” caracteriza uma aprendizagem que permite ao sujeito de resistir às objeções propostas por uma outra pessoa com autoridade (pesquisador, professor,...). A pergunta fundamental a qual tentemos responder é a seguinte: se um aluno responde corretamente a todas as perguntas de um questionário escrito, será que com isso alcançou uma aprendizagem robusta? Muitas vezes a resposta è negativa. Através de colóquios explicitamente estudados para determinar o grau de robusteza das aprendizagens examinámos alunos que tinham respondido corretamente a todas as perguntas de um questionário escrito e constatámos que uma boa parte deles tinha respondido por razões que têm pouco a ver com as expectativas do professor. Também pensamos que a robusteza da aprendizagem leve o aluno perto da competência. Neste sentido os questionários sobre a robusteza constituem um instrumento interessante pela avaliação da competência.*

1. Introduzione

Questa ricerca ha preso lo spunto da una situazione, per certi versi drammatica, molto diffusa nelle scuole svizzere (e probabilmente anche di altri paesi). Si tratta del sistema di valutazione adottato a partire dalla scuola media, consistente nell'effettuare un certo numero di prove scritte (in taluni casi questo numero è persino fissato dal Regolamento di istituto), nel valutare ogni elaborato con una nota numerica (in Ticino la nota va da 1 a 6, con la soglia della sufficienza 4) e infine nel calcolare la media aritmetica delle note così ottenute da ciascun allievo, che, approssimata al mezzo punto, diventa la nota finale.

La ricerca vuole mettere in dubbio l'attendibilità della prova scritta, soprattutto se adottata come unico mezzo di valutazione. Per raggiungere questo scopo si è pensato di sottoporre a un colloquio con il ricercatore un certo numero di studenti che hanno raggiunto risultati brillanti nella prova scritta.

2. Quadro teorico di riferimento

Con l'aggettivo **robusto** si qualifica un apprendimento che il soggetto ha costruito fino ad assumere piena convinzione della sua correttezza, ciò che gli conferisce atteggiamento e capacità di controbattere a obiezioni avanzate da una terza persona autorevole (insegnante, ricercatore,...). Il

problema che qui si vuole affrontare consiste nel cercare di valutare quanto sia **robusto** un apprendimento (di tipo matematico) apparentemente avvenuto, cioè che si rivela raggiunto in una prova oggettiva. Questo atto valutativo rientra nella *valutazione per competenze* (Fandiño Pinilla, 2002), e perciò va oltre la valutazione per comprensione, abilità, capacità, contenuto, conoscenza.

La letteratura internazionale sul concetto di competenza è cospicua e variegata, e perciò in questa sede si preferisce restringere il campo alle riflessioni raccolte nel volume di D'Amore, Godino, Arrigo, Fandiño Pinilla (2003), relative all'apprendimento della matematica, testo che chiameremo in seguito "di riferimento".

Nell'opera citata si presentano i diversi aspetti di una competenza specifica. Essa dev'essere senza dubbio l'obiettivo di chi costruisce il proprio sapere. Riprendiamo la descrizione del concetto di competenza proposta da D'Amore (2000, 2003):

«*Competenza è concetto complesso e dinamico:*

- **complesso:** *si tratta dell'insieme di due componenti:*
 - *uso (esogeno)*
 - *padronanza (endogena) anche elaborativi, interpretativi e creativi, di conoscenze che collegano diversi contenuti diversi*
- **dinamico:** *l'uso e la padronanza non sono l'unica espressione della competenza; la competenza racchiude in sé come oggetto non solo le conoscenze chiamate in causa, ma fattori metacognitivi: l'accettazione dello stimolo a farne uso, il desiderio di farlo, il desiderio di completare le conoscenze (...), e dunque lo stesso desiderio di aumentare la propria competenza».*

Sempre nell'opera di riferimento, Fandiño Pinilla ribadisce che la *competenza* è oggi da tutti riconosciuta come qualche cosa di più che una *conoscenza*, ben di più che un *saper fare in un dato contesto*; essa implica anche un *voler fare*, dunque chiama immediatamente in causa fatti affettivi, come, appunto, *volizione* e *atteggiamento*. La stessa autrice propone un'interessante distinzione tra *competenza in matematica* e *competenza matematica*.

La *competenza in matematica* si centra nella disciplina matematica, riconosciuta come scienza costituita, come oggetto specifico di conoscenza e fa parte dello specifico ambito scolastico.

La *competenza matematica* è un abito mentale che si riconosce in un individuo che vede, interpreta e si comporta nel mondo in senso matematico.

Ambedue gli aspetti ci paiono importanti e inscindibili: il primo, da solo, non porta a una vera competenza, mentre il secondo non può svilupparsi senza il contributo del primo.

Da quanto abbiamo appena detto, appare immediatamente chiaro che la competenza è un fenomeno strettamente legato al soggetto che apprende. All'insegnante spetta il compito – tutt'altro che facile e secondario - di mettere gli allievi in condizione (nella situazione) di acquisire la migliore competenza possibile. Il fatto che la competenza debba svilupparsi ed esplicitarsi in una determinata situazione è messo bene in evidenza da Rogiers (2000). Egli azzarda la seguente “definizione” di competenza:

«La possibilità, per un individuo, di mobilitare in modo interiorizzato un insieme integrato di risorse allo scopo di risolvere una situazione significativa (di carattere disciplinare) appartenente a una famiglia data di situazioni-problema».

Innanzitutto, come fa notare D'Amore (2003b), si parla di “possibilità” e dunque di uno stato latente e potenziale e non attuale, più vicino dunque ad un atteggiamento che non a un fare. Con l'espressione “*mobilitazione di un insieme articolato di risorse*” s'intende l'atto di operare una scelta opportuna, fra le conoscenze acquisite, in funzione dei bisogni del momento; per “*famiglia di situazioni-problema*” s'intende un insieme di situazioni² concernenti uno stesso contenuto disciplinare, uno stesso *nucleo fondante*³ (D'Amore, 2000), e che fondamentalmente stimolino le stesse abilità mentali.

Infine, in Arzarello e Robutti (2002) si afferma che le competenze *«devono costituire un bagaglio (non tanto di nozioni, quanto delle abilità di risolvere situazioni problematiche, sapendo scegliere risorse, strategie e ragionamenti) per il cittadino».*

² In questo lavoro si preferisce usare il termine “situazione”, piuttosto che “situazione-problema”. La situazione può anche non proporre esplicitamente un problema; in questo caso è l'allievo stesso che costruisce il problema (o i problemi) suggeriti dalla situazione stessa. Vedere (Brousseau, 1998).

³ In D'Amore (2000) si afferma che: «Per nucleo fondante di una data disciplina potremmo intendere dei contenuti-chiave per la struttura stessa della disciplina, non tanto sul piano meramente didattico, quanto sul piano fondazionale, epistemologico».

Per noi è importante ritenere che nel concetto di robustezza rientra anche l'insieme di atteggiamenti (di volizione, di gusto, di desiderio) che permettono al soggetto di contestare, con forza e cognizione di causa, qualsiasi obiezione che metta in forse la correttezza dell'apprendimento. In questo lavoro non si entra nel merito delle varie metodologie didattiche che dovrebbero permettere all'allievo di costruirsi una determinata competenza. Ci si concentra invece sul problema altrettanto difficile e delicato della **valutazione della competenza**, più particolarmente del livello di competenza (Fandiño Pinilla, 2002, pagg. 138-139) raggiunto da un singolo allievo, successivamente a una determinata fase di apprendimento. Tutti gli autori sono concordi nel ritenere che non si può valutare la competenza avvalendosi unicamente di un test scritto.

Riferendoci alla classificazione dei modelli di valutazione (Fandiño Pinilla, 2002), possiamo dire che, pur concernendo obiettivi e comportamenti attesi, la valutazione di un livello di robustezza va ben oltre l'aspetto *comportamentista* e convenzionale. Rientra invece perfettamente nel *modello critico* e abbraccia tutte e tre le fasi citate da M.I. Fandiño Pinilla, cioè: azione, analisi e riflessione.

La presente ricerca è partita da un interrogativo legato alla prassi valutativa attualmente più diffusa, almeno nelle scuole che conosciamo: quella del test scritto, che rimane purtroppo se non l'unico, sicuramente il più importante strumento valutativo usato.

In particolare, il problema si può porre in questi termini: se un allievo ha risposto in modo corretto a tutte le domande, consegue il massimo voto; ma si può allora dire che un tale allievo ha raggiunto la robustezza relativa? Più in generale: si può dire che un tale allievo è più vicino al raggiungimento della competenza di un altro che non ha risposto correttamente a tutte le domande?

Il problema si era già presentato nel corso di ricerche precedenti [in particolare nelle tre citate seguenti: D'Amore e Arrigo (1999; 2002) e in D'Amore et al. (2004)], quando, nel corso dei colloqui clinici, una parte non trascurabile di allievi, di fronte a obiezioni mosse dal ricercatore, aveva cambiato opinione, considerando errata la risposta corretta data nel test.

Questa constatazione, in gran parte inattesa, ha dato origine al concetto

di robustezza dell'apprendimento, che verrà dettagliatamente spiegato nel seguito. Per ora può bastare l'idea che:

- 1) se un allievo risponde con successo alle domande di un test scritto, non è detto che abbia veramente appreso la materia oggetto di valutazione;
- 2) un allievo, che ha risposto con successo alle domande di un test scritto e che, nel corso di un colloquio nel quale si muovono obiezioni alle sue risposte (corrette), le sa giustificare e si sa difendere, ha acquisito un apprendimento robusto.

3. Domande di ricerca

Gli insegnanti, di solito, ritengono completamente assimilata una conoscenza quando il soggetto sa descriverla correttamente, sa parlarla in relazione con altre e sa applicarla opportunamente in situazioni note. L'accertamento di questo stato dell'apprendimento viene fatto quasi esclusivamente mediante un test scritto. Questa situazione molto diffusa ci suggerisce le seguenti domande:

D1. Si può ritenere acquisita una conoscenza (insieme coeso di nozioni e procedure) quando si è constatato, mediante una prova scritta, che il soggetto sa descriverla correttamente, sa relazionarla con altre e sa applicarla opportunamente a contesti conosciuti?

D2. Se uno studente ha risposto correttamente al test scritto, ha giustificato la sua risposta e, di fronte a obiezioni avanzate dal ricercatore, l'ha difesa aggrappandosi al solo fatto che «è ciò che ho imparato a scuola» e si è mostrato aperto ad accettare anche soluzioni diverse (a sua insaputa errate), si può parlare di competenza raggiunta?

D3. Se uno studente ha risposto correttamente al test scritto, ha giustificato la sua risposta, l'ha difesa correttamente con parole sue, ha rifiutato tutte le soluzioni diverse (errate) proposte dal ricercatore, producendo controesempi, diciamo che il suo apprendimento è robusto. Se uno studente ha raggiunto la robustezza nell'apprendimento di tutte le conoscenze che concorrono al raggiungimento di una competenza, ha raggiunto la competenza?

D4. Se uno studente ha soddisfatto tutte le condizioni della domanda D3, che cosa gli mancherebbe per raggiungere la competenza relativa?

4. Ipotesi di ricerca

In relazione alle domande poste, si avanzano le seguenti ipotesi di

ricerca.

11. L'ipotesi di fondo è che se ci si è limitati a verificare, mediante una prova scritta, che il soggetto sa descrivere correttamente una data conoscenza, sa porla in relazione con altre e sa applicarla opportunamente in situazioni note, non si può concludere con sicurezza che lo stesso abbia raggiunto un livello di competenza. La riuscita nel test scritto può essere stata indotta da un forte contratto didattico o, più in generale, dal "mestiere di studente" che fa fare e dire al soggetto –per convenienza- cose delle quali non è affatto convinto. Si allude per esempio a quegli allievi che alla domanda «perché hai fatto così e non così?», si limitano a rispondere con frasi del tipo «perché ce l'ha insegnato così», «perché l'abbiamo scritto sul quaderno», «perché sta sul libro di testo». In particolare, non si ritiene per nulla scontato che un simile apprendimento sia tale da portare al raggiungimento di una competenza.

Ipotizziamo che la valutazione del grado di robustezza costituisca un passo importante verso la valutazione della competenza.

12. Se uno studente ha risposto correttamente al test scritto, ha giustificato la sua risposta come ha imparato a fare in classe, e, di fronte a obiezioni avanzate dal ricercatore, si limita a dire «è così che ho imparato a scuola» e si dichiara aperto ad accettare anche soluzioni diverse (a sua insaputa errate), non ci sentiamo di affermare che ha raggiunto un livello di competenza.

13. Se uno studente ha acquisito la robustezza nell'apprendimento di tutte le conoscenze che concorrono al raggiungimento di una competenza, riteniamo che ha compiuto un passo decisivo verso l'acquisizione della relativa competenza, ma che non l'ha necessariamente raggiunta. Potrebbe rientrare in questa categoria lo studente che ha appreso molto bene i saperi, che li sa applicare ogni volta che è spinto dalle circostanze a farlo, ma che non possiede l'intraprendenza, la carica emotiva, l'abito mentale, la predisposizione alla curiosità, qualità insite nel concetto di competenza.

14. Per raggiungere un livello di competenza, uno studente, oltre ad aver acquisito un apprendimento robusto in tutte le conoscenze che rientrano in essa, dovrebbe anche avere la capacità di agire in vari contesti anche sconosciuti, applicando autonomamente e opportunamente le conoscenze acquisite, adattandole, estendendole, riconoscendone le potenzialità e i limiti. Questi aspetti dovrebbero essere valutati meglio

mediante un'osservazione mirata fatta in situazioni a-didattiche, o anche in ambiti non didattici.

5. Metodologia di ricerca e popolazione di riferimento

La raccolta dei dati sperimentali è stata condotta in tutti gli ordini di scuola interessati seguendo lo schema seguente:

- 1) Si è stabilito un insieme di obiettivi (che concorrono in una data situazione di apprendimento, in un'unità didattica, in un problema, soprattutto nel raggiungimento di un dato livello di competenza).
- 2) Gli insegnanti sperimentatori hanno svolto la fase di insegnamento-apprendimento in modo usuale (ciascuno secondo le proprie abitudini didattiche).
- 3) Si è costruito un test di verifica dell'apprendimento.
- 4) Si sono selezionati gli allievi che hanno avuto maggior successo e li si è sottoposti a colloqui clinici intesi a sondare le reali ragioni che li hanno portati alla risposta corretta e la loro capacità di difenderla di fronte a obiezioni avanzate da una terza persona autorevole (insegnante, ricercatore,...).

L'aspetto più delicato -e per di più centrale- della ricerca è costituito dai colloqui, lo strumento usato per determinare la robustezza degli apprendimenti. Per prima cosa si è cercato di eliminare gli effetti del contratto didattico: i colloqui hanno avuto luogo fuori dall'aula di classe e l'insegnante non ha assistito. Si è poi cercato di attutire il più possibile le influenze del contratto sperimentale, curando in modo particolare i gesti e il tono di voce: la figura del ricercatore è stata piuttosto quella di un amico che si interessa di ciò che l'allievo ha fatto in classe. Ma la preoccupazione più presente era di evitare i comportamenti dell'allievo rintracciabili nelle metapratiche (D'Amore, 2005). Per limitare queste influenze, che avrebbero potuto stravolgere il risultato stesso dei colloqui, il ricercatore ha cercato di tessere una relazione di complicità con il soggetto: a tutti è stato detto che in quella sede avrebbero potuto correggere le risposte date nel test che sembravano loro non sicure o addirittura errate; all'insegnante, che non aveva ancora visto gli elaborati, non si sarebbe detto nulla.

Prima di effettuare i colloqui il ricercatore era anche preoccupato dall'incognita relativa alle reazioni che avrebbero potuto avere i soggetti di fronte alle sue obiezioni (in particolare: avrebbero mostrato di

possedere le competenze necessarie controbattere?). Per questo si è anche fatto capo a uno specialista (vedere in “Appendice: rapporto della psicopedagoga”). Si può comunque affermare che *a posteriori* questa preoccupazione si è rivelata meno importante di quello che si pensava.

Si sono definiti tre **livelli di robustezza**:

Primo livello: l’allievo conferma la risposta data, giustificandola. Per valutare il suo raggiungimento, si chiede al soggetto di confermare e giustificare il proprio operato.

Secondo livello: l’allievo resiste a un’obiezione che riesce a contrastare con le sue conoscenze. Per valutare il suo raggiungimento, ci si avvale di solito di un paralogismo in modo da avanzare un’obiezione formalmente errata, ma apparentemente corretta.

Terzo livello: l’allievo resiste anche a obiezioni che non è in grado di verificare nei dettagli, producendo controesempi o ribattendo con obiezioni giustificate; oppure è in grado di generalizzare il risultato ottenuto, eventualmente anche con piccoli aiuti dati dal ricercatore.

Per valutare il suo raggiungimento si interviene con una obiezione autoritaria, oppure, quando l’argomento si presta, si spinge il soggetto verso generalizzazioni non richieste nel test.

Durante il primo anno (2002-2003) si è sondata la robustezza dell’apprendimento di nozioni e procedure. Sono stati coinvolti i seguenti insegnanti sperimentatori⁴ delle scuole medie ticinesi:

Prima media (Barbengo, Biasca, Pregassona: Azzurra Marchio, Lores Gianotti, Lara Zamboni).

Seconda media (Bellinzona, Viganello: Vittoria Bollini, Giovanna Corrent, Grazia Lavezzo).

Terza media (Castione: Flavia Butti, Claudia Mattei, Paolo Hägler).

Quarta media (Breganzona, Tesserete: Manuela Gerber, Marcello Duchini, Fausta Alberti, Claudio Poma).

Durante il secondo anno (2003-2004) si è sondata la robustezza degli apprendimenti relativi al “problem solving”. Sono stati coinvolti i seguenti insegnanti sperimentatori sia svizzeri (ticinesi), sia italiani:

⁴ Gli item proposti nelle diverse classi sono in possesso dell’autore; in questo rapporto ne sono riportati solo alcuni, più che sufficienti per permettere una corretta interpretazione dei risultati.

Prima elementare (Verbania: Lorella Maurizi, Tiziana Minazzi)

Quarta e quinta elementare (Arezzo: Margherita Francini, Annalisa Cini, Gabriella Pacciani)

Prima media (Viganello, Bellinzona: Grazia Lavezzo, Giovanna Corrent; Terranuova Bracciolini, Laterina: Paola Nannicini, Giampiero Ceccherini)

Seconda media (Tesserete: Fausta Alberti, Claudio Poma; Terranuova Bracciolini, Laterina: Paola Nannicini, Giampiero Ceccherini)

Terza media (Pregassona: Lara Zamboni; Terranuova Bracciolini, Laterina: Paola Nannicini, Giampiero Ceccherini)

Quarta media (Pregassona: Lara Zamboni, Ambrogio Galvanone)

Prima superiore, indirizzo commerciale (Bellinzona: Paolo Hägler)

6. Descrizione e interpretazione dei risultati

6.1 Anno di sperimentazione 2002-2003

Oggetto della valutazione sono state diverse conoscenze specifiche relative ai programmi di matematica dei quattro anni della scuola media ticinese. In particolare sono state testate le seguenti conoscenze (nozioni e procedure):

In prima media: perimetri e aree di figure piane, additività dell'area.

In seconda media: frazione come operatore su grandezze, equivalenza di frazioni, addizione e sottrazione di frazioni, confronto di frazioni.

In terza media: applicazione del teorema di Pitagora ai solidi.

In quarta media: equazioni in \mathbb{R} (di primo grado, fratte, di secondo grado incomplete), applicazione della similitudine fra figure piane.

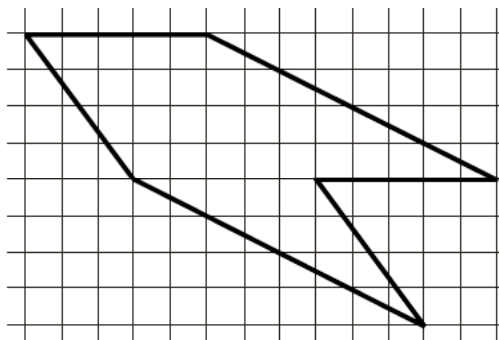
6.1.1 La robustezza dell'apprendimento relativa a perimetri e aree di figure piane

Ecco un esempio di problema assegnato in prima media:

a) Calcola l'area della freccia.

Misura con precisione ed inserisci i dati necessari nella figura.

b) Trova un modo semplice (che richieda un numero minimo di misurazioni) per calcolare l'area. Se il metodo utilizzato nel punto a) ti sembra già il più semplice non svolgere il punto b).



Primo livello di robustezza

Gli allievi scompongono la figura in figure più semplici delle quali sanno calcolare l'area (per esempio, in un trapezio e un triangolo o in tre triangoli). Con l'aiuto della quadrettatura deducono le misure necessarie ed eseguono correttamente i calcoli.

Secondo livello di robustezza

L'allievo intuisce che la freccia può essere trasformata in un rettangolo. Chiede se può usare le forbici, ritaglia un triangolino dalla sinistra e lo incastra nella parte concava di destra, ottenendo così un rettangolo.

Terzo livello di robustezza

L'allievo resiste all'obiezione del ricercatore, del tipo: «sono convinto che le due parti non si incastrano esattamente, come tu pretendi; inoltre non ottieni un rettangolo, ma un quadrilatero che assomiglia a un rettangolo». La difesa della propria intuizione si basa sul fatto che i vertici della figura coincidono con nodi della griglia, dunque si può determinare quali segmenti hanno la stessa lunghezza (anche se obliqui rispetto alla griglia), quali sono paralleli e quali perpendicolari tra loro.

6.1.2 La robustezza dell'apprendimento relativa all'equivalenza di frazioni

Uno degli item più semplici assegnato in seconda media è del tipo scelta multipla (tre proposte delle quali solo una corretta):

«6/10 sono equivalenti a: 9/15 7/11 12/15»

Primo livello di robustezza

Gli allievi sostituiscono la frazione $6/10$ con l'equivalente $3/5$ e individuano subito la risposta corretta $9/15$.

Secondo livello di robustezza

L'allievo resiste all'obiezione del ricercatore che gli fa notare come anche $12/15$ è soluzione corretta, perché $4 \cdot 3 = 12$ e $5 \cdot 3 = 15$, accorgendosi dell'inganno.

Terzo livello di robustezza

L'allievo resiste all'obiezione del ricercatore che gli propone addirittura come altra soluzione corretta $7/11$, perché ottenuta da $6/10$ aggiungendo 1 ai due termini della frazione.

Può essere interessante sapere che dei 15 allievi ammessi al colloquio (i migliori nel test scritto) 3 hanno ceduto al secondo livello e, dei 12 rimasti, uno ha ceduto al terzo livello.

6.1.3 La robustezza dell'apprendimento relativa all'applicazione del teorema di Pitagora ai solidi

Uno degli item assegnati in terza media è il seguente:

«Calcola l'altezza di una piramide quadrangolare regolare della quale si conosce il volume di 12544 m^3 e il perimetro della relativa base che è 112 m ».

Primo livello di robustezza

Gli allievi trovano dapprima la misura del lato della base ($112:4=28$), poi impostano l'equazione che traduce l'informazione sul volume, con l'altezza come unica incognita e risolvono correttamente trovando l'altezza 48 m.

Secondo livello di robustezza

L'allievo resiste all'obiezione del ricercatore che gli fa notare come si sia dimenticato di applicare il teorema di Pitagora, sostenendo a ragione che per risolvere questo problema non occorre affatto.

Terzo livello di robustezza

L'allievo resiste all'obiezione del ricercatore che gli fa notare che si può risolvere senza nemmeno trovare il lato della base, eseguendo la divisione tra il triplo del volume e il perimetro di base e fa notare che tale soluzione è errata perché in essa si confonde perimetro con area.

6.1.4 La robustezza dell'apprendimento relativa alla risoluzione di equazioni

Uno degli item assegnati in quarta media è il seguente:

«Risolvi in R l'equazione $x^2 + 25 = 0$ »

Primo livello di robustezza

Gli allievi riconoscono il binomio inscindibile in R e rispondono correttamente che l'equazione è impossibile.

Secondo livello di robustezza

L'allievo resiste all'obiezione (errata) del ricercatore che gli fa notare come non abbia visto che

$x^2+25 = (x+5)(x+5)$ e che, di conseguenza, l'equazione ha la soluzione $x=-5$.

Terzo livello di robustezza

L'allievo resiste alla seguente obiezione (errata) del ricercatore:

«In realtà l'equazione si può risolvere in R , a condizione di sapere un po' più di matematica. Infatti l'equazione può essere scritta così: $x^2 = -25$ e facendo la radice quadrata si ottengono le due soluzioni $x=+5$ e $x=-5$. Verifica: $x^2 = x \cdot x = (+5) \cdot (-5) = -25$ ».

L'allievo mostra piena robustezza se contesta il fatto che in una stessa espressione una lettera (la x) non può assumere valori diversi.

6.1.5 La robustezza dell'apprendimento relativa alla similitudine nel piano

In alcune classi di quarta media si è preferito proporre questo argomento al posto delle equazioni. Ecco uno degli item assegnati (a scelta multipla con quattro proposte delle quali una sola è corretta):

«Le misure dei lati di un triangolo rettangolo ABC sono espresse dalla terna $(5; 12; 13)$. Quale delle seguenti terne esprime le misure dei lati di un triangolo simile a ABC ?

$(10; 24; 23)$ $(1; 2,4; 2,6)$ $(2,5; 6; 5,5)$ $(25; 144; 169)$ ».

Primo livello di robustezza

Gli allievi riconoscono la terna corretta $(1; 2,4; 2,6)$ esibendo il rapporto di similitudine $1/5$.

Secondo livello di robustezza

L'allievo resiste all'obiezione del ricercatore che gli fa notare come le

terne corrette siano addirittura 3, aggiungendo a quella già individuata anche (10 ; 24 ; 23) e (2,5 ; 6 ; 5,5), giustificandosi con l'affermazione che, trattandosi di triangoli rettangoli, basta verificare la proporzionalità sui cateti.

Terzo livello di robustezza

L'allievo resiste all'obiezione del ricercatore che gli propone come altra soluzione corretta la terna (25 ; 144 ; 169) giustificandosi con l'affermazione che «*il quadrato di un triangolo rettangolo è ancora un triangolo rettangolo della stessa forma*».

6.1.6 Sintesi dei risultati dei colloqui clinici

Sono stati sottoposti al colloquio solo gli allievi che hanno avuto la migliore riuscita nel test scritto (72 alunni di prima media, 59 di seconda, 120 di terza e 138 di quarta). Ciò spiega perché tutti hanno superato il primo livello. Buona parte dei colloqui sono stati eseguiti dal ricercatore; gli altri sono stati fatti dagli insegnanti sperimentatori, sulla base di un documento-guida preparato dal ricercatore. Nessun insegnante ha effettuato colloqui con propri allievi. L'elaborazione completa di questi risultati è in possesso dell'autore: in questa sede ci si limita a mostrarne una sintesi.

A mano a mano che gli allievi cedono, si conclude il colloquio. Le percentuali dei livelli I e II sono calcolate sul numero di allievi ammessi a quei livelli. La percentuale relativa alla robustezza del III livello è calcolata sulla popolazione totale.

Prima media: perimetri e aree

I livello	II livello		III livello		Totale	
conferma	cede	resiste	cede	resiste	cede	resiste
72	14	58	19	39	33	39
100.0%	19.4%	80.6%	32.8%	67.2%	45.8%	54.2%

Seconda media: equivalenza di frazioni

I livello	II livello		III livello		Totale	
conferma	cede	resiste	cede	resiste	cede	resiste
59	7	52	5	47	12	47

100.0%	11.9%	88.1%	9.6%	90.4%	20.3%	79.7%
---------------	--------------	--------------	-------------	--------------	--------------	--------------

Terza media: applicazione del teorema di Pitagora ai solidi

I livello	II livello		III livello		Totale	
conferma	cede	resiste	cede	resiste	cede	resiste
120	13	107	23	84	36	84
100.0%	10.8%	89.2%	21.5%	78.5%	30.0%	70.0%

Quarta media: risoluzione di equazioni

I livello	II livello		III livello		Totale	
conferma	cede	resiste	cede	resiste	cede	resiste
48	0	48	14	34	14	34
100.0%	0.0%	100.0%	29.2%	70.8%	29.2%	70.8%

Quarta media: similitudine nel piano

I livello	II livello		III livello		Totale	
conferma	cede	resiste	cede	resiste	cede	resiste
90	13	77	24	53	37	53
100.0%	14.4%	85.6%	31.6%	68.4%	41.1%	58.9%

I risultati più significativi sono senza dubbio quelli relativi ad aree e perimetri (prima media) e alla similitudine nel piano (quarta media). Il risultato degli allievi di prima media può essere spiegato con il fatto che gli item proposti non sono puramente applicativi, ma richiedono una lettura dell'immagine o un'analisi della situazione e l'impiego di determinate strategie. Si è dell'opinione che siano proprio questi gli aspetti più importanti da curare in classe. La maggior parte degli apprendimenti risultati non robusti potrebbe essere stata causata da un insegnamento non adeguato.

Il risultato degli allievi di quarta media nella similitudine è indice di una difficoltà insita in questo argomento. Si tratta di un tema che viene introdotto solo in quarta media e che sarà poi approfondito e sistemato nella scuola superiore. Inoltre nella trattazione in classe gli insegnanti hanno quasi sempre usato il registro figurale, mentre nel test si sono proposti item in linguaggio puramente numerico. A ragion veduta, non ci

pare corretto valutare la robustezza di un apprendimento non ancora concluso.

6.2 Anno di sperimentazione 2003-2004

L'attenzione è stata concentrata sugli apprendimenti che concorrono all'acquisizione di livelli di competenza nella risoluzione di problemi. Questa è stata sicuramente la parte più problematica della ricerca. Eravamo coscienti sin dall'inizio che non sarebbe stato possibile collocare la generica "capacità di risolvere problemi" –obiettivo peraltro dichiarato molto frequentemente e presente in tanti programmi scolastici- nel discorso della robustezza. Eppure avevamo un'intuizione che ci portava a credere che, in determinati contesti ben circoscritti, si sarebbe potuto distinguere tra una riuscita cosciente e sicura nel risolvere problemi, determinata da un certo numero di apprendimenti robusti del tipo "saper fare strategici" (Arrigo, Ghisa, 2004), e una riuscita in buona parte dovuta a fattori di casualità o di riproduzione. Nessuno degli studenti presi in considerazione non aveva mai seguito un insegnamento sistematico negli ambiti interessati dai problemi assegnati nel test (questo vale in modo particolare per l'ambito combinatorio, che per noi è quello di maggior interesse). Nel corso dei colloqui abbiamo osservato come anche una "capacità robusta" di risolvere problemi, pur circoscritti in un dato ambito, è un apprendimento che collocheremmo –per dirla con Vygotsky- nell'area di sviluppo potenziale.

Si sono determinati alcuni livelli di competenza concernenti le capacità di affrontare situazioni combinatorie e altre che richiedono l'impiego di semplici strategie operative, sia nel campo numerico che in quello geometrico figurale.

Le classi della scuola elementare si sono concentrate principalmente sui problemi numerici, incluse le prime conoscenze sulle frazioni.

6.2.1 La robustezza dell'apprendimento relativa a situazioni combinatorie

Per dare un'idea di come si è proceduto, ci aiutiamo con un esempio. Uno dei problemi combinatori consisteva nel trovare quanti diversi coni di gelato a tre palline si possono confezionare avendo a disposizione 5 gusti diversi.

Primo livello di robustezza

Gli allievi, al primo impatto, tentano di elencare i casi possibili. Quando a un certo punto non riescono a trovarne di nuovi, concludono di averli elencati tutti e li contano. Una tale prestazione si colloca nel gradino più basso della robustezza. L'elenco prodotto è l'unica giustificazione avanzata dall'allievo. Alla provocazione del ricercatore «ne hai dimenticato uno» non sanno controbattere con un ragionamento che mostri la completezza del loro elenco, ma si difendono con la richiesta: «dimmi quale!».

Secondo livello di robustezza

Questo livello viene raggiunto da chi ha ideato un metodo sistematico che dà la sicurezza di produrre un elenco completo (per esempio iniziare ad elencare tutti i casi di tre gusti diversi, poi di due gusti, poi di un solo gusto e all'interno di ciascun caso stabilire un criterio di elencazione che dia la sicurezza della completezza). In questo modo giustificano il fatto che non ce ne possono essere altri.

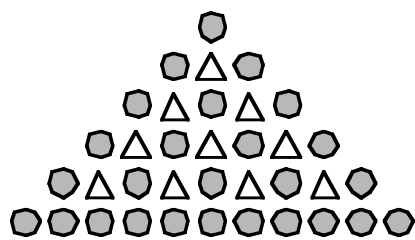
Terzo livello di robustezza

Il gradino più alto viene raggiunto dagli allievi che sanno giustificare fino in fondo la correttezza del proprio metodo, mostrano di saperlo applicare anche con altri dati numerici e, compatibilmente con la loro età, riescono a raggiungere un grado di generalizzazione. Per esempio, di fronte a una successione numerica, nel gradino più basso gli allievi ne intuiscono la legge di composizione, ma la esprimono in linguaggio naturale e in modo approssimativo; nei gradini successivi usano un gergo misto di linguaggio naturale ed espressione matematica, che si avvicina progressivamente all'espressione matematica pura; nel gradino più alto, gli allievi costruiscono la formula del termine n -esimo.

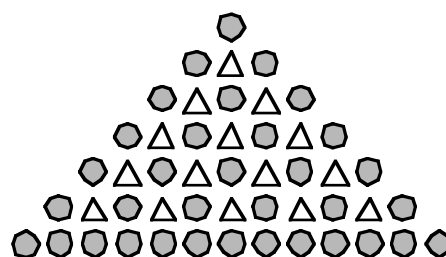
Gli allievi che cedono a questo livello sanno, sì, giustificare il proprio risultato, ma cadono di fronte a un'obiezione che non sanno controllare: per esempio, se si dice loro che non hanno tenuto conto della commutatività dei tre gusti diversi, o della non commutatività dei casi con due soli gusti: mettono in dubbio la correttezza del proprio risultato e finiscono per dichiarare di aver sbagliato.

6.2.2 La robustezza dell'apprendimento relativa a una situazione strategica numerica

Alle classi⁵ sono state proposte porzioni di successioni numeriche che gli allievi dovevano continuare e generalizzare. Uno dei problemi propone, nel registro figurale, due decorazioni natalizie composte di palline dorate e tetraedri argentati, disposti secondo uno stesso criterio:



decorazione a 6 strati



decorazione a 7 strati

Sono poi state poste domande concernenti simili decorazioni molto più grandi (Per esempio: gli allievi di un'altra classe ne hanno costruita una simile da esporre nell'atrio della scuola: sull'ultima fila in basso ci sono esattamente 99 palline dorate. Di quanti strati si compone? Quante palline dorate e quanti tetraedri argentati occorrono?). L'allievo, non potendo disegnare tali decorazioni (quando il numero di strati è sufficientemente grande subentrano impedimenti fisici), è costretto a estrapolare e a generalizzare.

Primo livello di robustezza

Al più basso livello di robustezza, gli allievi si affidano alla calcolatrice. Parecchi hanno calcolato somme del tipo $49+48+47+\dots+2+1$, inserendo pazientemente nella calcolatrice ogni addendo. Questi soggetti, pur dichiarandosi inizialmente convinti della correttezza del proprio risultato, cedono di fronte all'obiezione che possono aver sbagliato a inserire i dati (per esempio possono averne tralasciato qualcuno oppure averne inserito qualche altro due volte).

Secondo livello di robustezza

A questo livello si situano gli allievi che hanno intravisto un algoritmo

⁵ Si allude qui alle classi della scuola media e del primo anno di superiore. Per i bimbi di prima elementare e per quelli di quarta e quinta sono stati costruiti problemi adatti alle loro conoscenze e capacità.

che permette di calcolare il numero di palline dorate e tetraedri argentati necessari in funzione del numero di strati, anche se non tutti sono in grado di produrre formalmente il termine generale delle successioni.

Terzo livello di robustezza

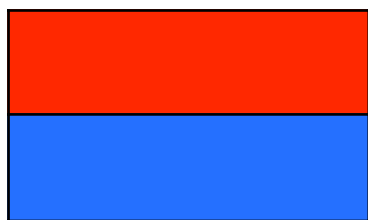
Al massimo livello di robustezza si collocano quegli allievi che hanno determinato correttamente il legame funzionale tra numero di strati e numero di palline necessarie –e/o di tetraedri argentati necessari (legami espressi da alcuni mediante una formula, da altri mediante una descrizione testuale) e che di fronte all'obiezione (fatta dal ricercatore) che i loro risultati sono errati perché le successioni numeriche così trovate non soddisfano la proporzionalità (da lui pretesa, ma inesistente), mostrano come l'errore stia nell'ipotizzare una crescita lineare in casi, come questi, in cui non si verifica.

6.2.3 La robustezza dell'apprendimento relativa a una situazione strategica di tipo geometrico-figurale

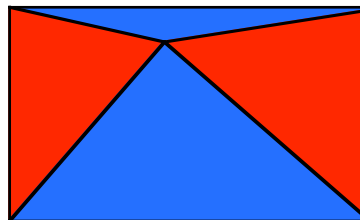
Le situazioni concernono il riconoscimento di figure equiestese. Ecco un esempio di problema assegnato.

«Nel 2004 la bandiera del cantone Ticino festeggia il suo duecentesimo compleanno. Essa fu in effetti adottata nell'anno 1804. Per questa ricorrenza Giulia, una ragazza appassionata di disegno, ha deciso di divertirsi a modificarla per renderla un po' più moderna. Vorrebbe comunque mantenere le sue caratteristiche principali: il colore azzurro e il colore rosso, la parte azzurra e la parte rossa con la stessa area. Dopo qualche tentativo arriva ad una soluzione che la soddisfa. Sceglie un punto sulla bandiera, lo congiunge con i quattro vertici della stessa e la colora come indicato nella figura:

la bandiera del Ticino



la bandiera di Giulia



Dove dovrà sistemare Giulia il punto sulla bandiera, affinché la parte azzurra e la parte rossa abbiano effettivamente la stessa area?

Giustifica la tua risposta.»

Primo livello di robustezza

Al più basso livello di robustezza, gli allievi introducono misure numeriche (vengono sempre scelti numeri interi) e calcolano le aree in esame. Sono convinti della correttezza del loro risultato, ma cedono di fronte all'obiezione che può trattarsi di un caso di scelta "fortunata" dei dati e ammettono che con misure diverse (soprattutto non intere) le cose potrebbero cambiare.

Secondo livello di robustezza

A un livello più alto di robustezza, l'allievo o introduce misure letterali, oppure produce ragionamenti di tipo geometrico-sintetico, e riesce così a giustificare le proprie risposte. Per esempio, se, a partire dal punto scelto, traccia le parallele ai lati del rettangolo, ottiene quattro triangoli, ciascuno suddiviso in due parti evidentemente equiestese, l'una rossa e l'altra azzurra. L'allievo conclude non solo che le parti rosse e azzurre sono equiestese nel caso particolare della figura data, ma che ciò è valido per qualunque scelta del punto iniziale.

Terzo livello di robustezza

Il più alto livello di robustezza lo raggiungono gli allievi che sono in grado di resistere all'ultima obiezione del ricercatore, per esempio: *«la tua dimostrazione è basata sull'esistenza di quattro triangoli e questa si verifica a condizione che il punto iniziale venga scelto all'interno del rettangolo; se, per contro il punto viene fissato su un lato o, peggio ancora, viene fatto coincidere con un vertice, la tua dimostrazione non è più valida. In questi casi non c'è più equiestensione tra la parte rossa e quella azzurra».*

6.2.4 Sintesi dei risultati dei colloqui clinici

Sono stati sottoposti al colloquio solo gli allievi che hanno avuto la migliore riuscita nel test scritto (63 alunni della scuola elementare, 116 della scuola media e 13 del primo anno di superiore). Ciò spiega perché tutti hanno superato il primo livello. Buona parte dei colloqui sono stati eseguiti dal ricercatore; gli altri sono stati fatti dagli insegnanti sperimentatori, sulla base di un documento-guida preparato dal ricercatore. Nessun insegnante ha effettuato colloqui con propri allievi. L'elaborazione completa di questi risultati è in possesso dell'autore: in

questa sede ci si limita a mostrarne una sintesi.

A mano a mano che gli allievi cedono, si conclude il colloquio. Le percentuali dei livelli I e II sono calcolate sul numero di allievi ammessi a quei livelli. La percentuale relativa alla robustezza del III livello è calcolata sulla popolazione totale.

Situazioni combinatorie

I livello	II livello		III livello		Totale	
conferma	cede	resiste	cede	resiste	cede	resiste
50	9	41	7	34	16	34
100.0%	18.0%	82.0%	17.1%	82.9%	32.0%	68.0%

Situazioni strategiche numeriche

I livello	II livello		III livello		Totale	
conferma	cede	resiste	cede	resiste	cede	resiste
106	32	74	14	60	46	60
100.0%	30.2%	69.8%	18.9%	81.1%	43.4%	56.6%

Situazioni strategiche geometriche

I livello	II livello		III livello		Totale	
conferma	cede	resiste	cede	resiste	cede	resiste
36	11	25	9	16	20	16
100.0%	30.6%	69.4%	36.0%	44.4%	55.6%	44.4%

Se si pretende un apprendimento veramente robusto –il solo che può portare all’acquisizione della competenza-, occorre riflettere sul fatto che, in questa indagine, le riuscite vanno da un massimo del 68% a un minimo del 44,4%. Sicuramente siamo di fronte a dati preoccupanti se li confrontiamo con le esigenze fissate dai programmi ufficiali, che insistono sull’acquisizione di competenze di base per tutti (o quasi) gli allievi del settore scolastico obbligatorio (Arrigo, 2002a; 2002b).

A prima vista può stupire che la migliore qualità dell’apprendimento sia stata raggiunta nelle situazioni combinatorie. Ciò può essere dovuto al fatto che gli insegnanti che hanno partecipato alla ricerca mettendo a disposizione le loro classi, da tempo, lavoravano sull’educazione al pensiero combinatorio; hanno dunque fornito allievi già “rodati” in questo particolare ambito. Inoltre, tali situazioni combinatorie sono più accattivanti e non esigono particolari tecniche matematiche.

Percentuali di cedimenti per ordini scolastici

Può essere interessante, nel contesto, distinguere le percentuali di cedimenti relative ai diversi ordini di scuola: elementare (o primaria), media e superiore. Ecco il quadro che ne esce:

Scuola Elementare				Scuola Media			
numero colloqui	cedimenti II liv.	cedimenti III liv.	totale cedimenti	numero colloqui	cedimenti II liv.	cedimenti III liv.	totale cedimenti
63	20	7	27	116	29	19	48
100.0%	31.7%	16.3%	42.9%	100.0%	25.0%	21.8%	41.4%

Scuola Superiore				Totali			
numero colloqui	cedimenti II liv.	cedimenti III liv.	totale cedimenti	numero colloqui	cedimenti II liv.	cedimenti III liv.	totale cedimenti
13	5	3	8	192	54	29	83
100.0%	38.5%	37.5%	61.5%	100.0%	28.1%	21.0%	43.2%

Il numero di studenti delle superiori sottoposti al colloquio è esiguo, quindi il 61,5% di cedimenti va preso con cautela. Inoltre chi ha condotto i colloqui ha notato senza alcun dubbio che buona parte di questi allievi si presenta senza l'entusiasmo osservato negli allievi più giovani, in particolare nei bambini della scuola elementare: mentre questi ultimi sono emozionati e ci tengono a far bella figura (fosse anche solo per far fare bella figura al loro insegnante), i liceali, dal momento che al colloquio l'insegnante non è presente, assumono lo stato d'animo di chi non ha nulla da perdere né da guadagnare; per di più, in generale, gli studenti della scuola di commercio vedono nella matematica unicamente il lato applicativo.

Detto questo, possiamo osservare come la percentuale di cedimenti sul totale si situi attorno al 42-43% nella fascia di età che va dai 6 ai 15 anni: ciò significa che, relativamente ai problemi assegnati, solo il 60% scarso degli studenti che hanno ottenuto un buon risultato nello scritto ha mostrato di avere raggiunto un apprendimento robusto e si candida con buone possibilità al raggiungimento delle relative competenze.

7. Risposte alle domande di ricerca

Alla domanda D1.

Come già detto, questa è la domanda di fondo. Considerati i risultati

ottenuti si può senza ombra di dubbio affermare che una risposta scritta corretta non è affatto indice di raggiungimento di un livello di competenza. Fra gli allievi che rispondono correttamente a tutte le domande di un test scritto vi è una parte tutt'altro che trascurabile che lo fa senza esserne intimamente convinta. Questi allievi rispondono secondo una consuetudine scolastica, con l'obiettivo principale di soddisfare le attese (apparenti) del loro insegnante. La caratteristica più visibile di questo stato (insoddisfacente, non robusto) dell'apprendimento è la mancanza di sicurezza. A volte basta una banale obiezione per far cambiare la risposta corretta data nel test scritto in una errata (considerata poi corretta).

Alla domanda D2

Lo studente che, di fronte a obiezioni avanzate dal ricercatore (o dall'insegnante o da suoi compagni) si limita a giustificazioni del tipo «è ciò che abbiamo imparato», quasi sempre opta per soluzioni diverse (errate, ma che lui crede corrette). Nemmeno in questi casi si può parlare di raggiungimento di un livello di competenza.

Alle domande D3 e D4

Se uno studente ha raggiunto la robustezza nell'apprendimento di tutte le conoscenze che concorrono al raggiungimento di una competenza, ha sicuramente compiuto un passo decisivo verso l'acquisizione della relativa competenza. Egli ha mostrato di saper difendere le proprie conoscenze anche di fronte a obiezioni (ingannatrici) mossegli da un adulto, mettendoci emotività, passione e razionalità. Se non ha ancora raggiunto ciò che si definisce col termine competenza, non ne è affatto lontano.

8. Sull'affidabilità dei colloqui

Nella presente ricerca, il grado di robustezza è stato appurato mediante colloqui individuali condotti dal ricercatore o da un insegnante. Si è quindi reso necessario l'intervento di uno specialista che ha assistito a un certo numero di colloqui con il compito preciso di valutare se i cedimenti sono avvenuti per ragioni cognitive o piuttosto emozionali. In altre parole, l'allievo, che di fronte a un'obiezione contraria a una sua risposta corretta, si mostra perplesso e finisce col cambiare opinione optando per una risposta in realtà errata, lo fa perché intimidito dall'adulto (e per di più specialista) o influenzato dal contratto sperimentale, che gli suggerisce che è meglio essere accondiscendenti,

oppure lo fa perché è poco convinto della correttezza della propria risposta? In certi casi la determinazione dell'allievo nel difendere le proprie risposte è stata tale da non lasciare dubbi sulla fondatezza del suo apprendimento: spesso il ricercatore si è guadagnato reazioni del tipo «mi sta prendendo in giro?». Ciò significa che il soggetto ha acquisito una salda convinzione circa la correttezza concettuale del proprio apprendimento. In altre parole, il suo apprendimento è robusto. Riteniamo che questa sia una condizione necessaria al raggiungimento della competenza. Per contro, nei casi di cedimenti, si potrebbe obiettare che il soggetto sia stato troppo condizionato da fattori emotivi. Chi ha condotto i colloqui era ben cosciente di questo pericolo e ha curato il proprio atteggiamento allo scopo di ridurlo il più possibile, come del resto appare chiaramente nel rapporto della pedagoga⁶.

Ringraziamenti

Da queste righe giungano i ringraziamenti agli insegnanti sperimentatori (citati nel punto 4.) che hanno partecipato attivamente alla costruzione dei test scritti e in parte anche alla conduzione dei colloqui. Grazie a Bruno D'Amore per il sostegno e i preziosi consigli elargiti, a Magda Ramadan per la sua opera di valutazione della qualità dei colloqui, a Viviana Ravasi per l'aiuto prestato nell'effettuazione dei colloqui, ai tre referee che mi hanno dato la possibilità di approfondire determinati aspetti e a Giorgio Mainini che ha rivisto la bozza. Infine, un ringraziamento particolare agli allievi ticinesi e italiani che hanno accettato di sottoporsi ai colloqui –non del tutto tranquilli-, nel corso dei quali hanno messo in luce parecchi aspetti profondi (positivi e negativi) del loro apprendimento, decisivi per la buona riuscita della ricerca.

Bibliografia

Arrigo G., D'Amore B. (1999). *“Lo vedo, ma non ci credo...” Ostacoli epistemologici e didattici al processo di comprensione di un teorema di Georg Cantor che coinvolge l'infinito attuale*. Lavoro presentato e accolto al CERME 1 (Conference of the European Society for Research in Mathematics Education), Osnabruck, (D), 1999.

⁶ Vedi nell'appendice il rapporto della psicopedagoga Magda Ramadan, del Servizio di sostegno pedagogico della scuola media ticinese.

- Arrigo G., D'Amore B. (2002). "Lo vedo, ma non ci credo...", seconda parte. Ancora su ostacoli epistemologici e didattici al processo di comprensione di alcuni teoremi di Georg Cantor. *La matematica e la sua didattica*. 1, 4-57.
- Arrigo G. (2002a). Nuovo piano formativo, obiettivi, competenze. *Bollettino dei Docenti di matematica*. Bellinzona: UIM-CDC. 44, 51-60.
- Arrigo G. (2002b). Quando si definiscono competenze... *Bollettino dei Docenti di matematica*. Bellinzona: UIM-CDC. 45, 49-63.
- Arrigo G., Ghisla G. (2004). "Saper fare" e "Saper essere" nella scuola media. Appunti, riflessioni, suggerimenti. Bellinzona: DECS – UIM. 25-62
- Brousseau G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble: La Pensée sauvage.
- D'Amore B. (1999). *Elementi di Didattica della Matematica*. Bologna: Pitagora. III ed. 2001.
- D'Amore B. (1999b). Scolarizzazione del sapere e delle relazioni: effetti sull'apprendimento della matematica. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*. 22A, 3, 247-276.
- D'Amore B. (2000). La complessità dell'educazione e della costruzione dei saperi. *Riforma e didattica*. 4, 35-40.
- D'Amore B., Maier H. (2002). Produzioni scritte degli studenti su argomenti di matematica (TEPs) e loro utilizzazione grafica. *La matematica e la sua didattica*. 2, 144-189.
- D'Amore B. (2003a). *Le basi filosofiche, pedagogiche, epistemologiche e concettuali della didattica della matematica*. Bologna: Pitagora
- D'Amore B., Fandiño Pinilla M.I. (2003b). "Competenze": obiettivo per chi costruisce il proprio sapere. *La matematica e la sua didattica*. 3, 327-338.
- D'Amore B., Godino D.J., Arrigo G., Fandiño Pinilla M.I. (2003). *Competenze in matematica*. Bologna: Pitagora.
- D'Amore B. et altri. (2004). Il "senso dell'infinito". *La matematica e la sua didattica*. 4, 46-83.
- D'Amore B. (2005). Pratiche e metapratiche nell'attività matematica della classe intesa come società. *La matematica e la sua didattica*. Bologna: Pitagora. 3, 325-336.
- Fandiño Pinilla M.I. (2002). *Curricolo e valutazione in matematica in matematica*. Bologna: Pitagora.
- Rogiers X. (2000). *Une pédagogie de l'intégration*. Bruxelles: De Boeck Université.
- Telleschi, R. Torre, G. (a cura di) (1997). *Il primo colloquio con l'adolescente*. Milano: Raffaello Cortina.
- Winnicott D.W. (1965). *La famiglia e lo sviluppo dell'individuo*. Tr. It. (1968). Roma: Armando.

Appendice: rapporto della psicopedagoga

L'osservazione dei colloqui è stata effettuata su un campione composto da allievi di prima media e da studenti iscritti al primo anno dell'Istituto cantonale di commercio di Bellinzona; l'età dei ragazzi coinvolti si situa tra gli 11/12 anni nel caso degli allievi di scuola media e tra i 15/16 anni nel caso degli studenti di scuola media superiore.

Ci muoviamo quindi nel campo della preadolescenza e dell'adolescenza. Per analizzare l'affidabilità, il contesto, le modalità e le condizioni nelle quali si sono svolti i colloqui, è necessario fare alcune riflessioni sugli aspetti peculiari e sulle dinamiche che caratterizzano un colloquio, un incontro tra un adulto e un adolescente (Telleschi-Torre, 1997).

Come già faceva notare Winnicott (1965), l'adulto fatica a comprendere gli adolescenti a causa delle loro specifiche caratteristiche evolutive, mentre dalla prospettiva dell'adolescente si evidenzia quanto egli fatichi a comunicare con l'adulto a livello verbale, anche nel quotidiano, quasi che non vi sia da parte sua l'abitudine a questo tipo di relazione.

Il ragazzo che incontra un adulto si confronta con il suo sistema di valori, con la sua storia personale, con la sua strumentazione culturale ed esperienziale; l'adolescente, in continua oscillazione tra l'essere bambino e l'essere adulto, tra l'essere parte del mondo dei coetanei e l'essere isolato nella propria onnipotenza, fatica ad esporsi, agendo le proprie emozioni soprattutto a livello non verbale e motorio, mentre l'adulto nella relazione con il ragazzo è capace, grazie alla propria consapevolezza, di filtrare il proprio mondo interno attraverso la capacità di riflettere su di sé.

È l'adulto quindi che deve aiutare il giovane a entrare in confidenza con aspetti sconosciuti di sé, deve "accoglierlo" e, nel caso del processo di apprendimento, sostenerlo a livello affettivo.

Contesto dell'osservazione

I colloqui sulla robustezza degli apprendimenti che sono stati oggetto di osservazione da parte nostra, sono stati condotti, come già descritto precedentemente, da un ricercatore, esterno alla classe e all'istituto scolastico, sempre con un singolo allievo.

Il ricercatore che svolgeva il colloquio era quindi una persona non conosciuta, mai incontrata prima.

L'informazione data ai ragazzi prima del colloquio è stata fornita da un adulto di riferimento, il proprio insegnante di matematica, che invitava

gli allievi ad andare a discutere di alcuni problemi svolti, durante le lezioni, nei mesi precedenti.

I colloqui osservati hanno avuto luogo al di fuori della classe dell'allievo, di solito in un'altro locale della scuola, e la loro durata si situava tra i 20 e i 30 minuti.

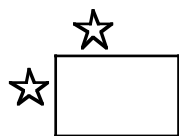
Osservazione

Scopo dell'osservazione era di valutare l'affidabilità dei colloqui; era quindi necessario verificare se esistessero le condizioni migliori perché l'apprendimento, il processo cognitivo, potesse avere luogo. Tali condizioni dipendono in larga misura dal come il ricercatore si pone durante il colloquio e da quali modalità utilizza al fine di mettere a proprio agio il ragazzo, sostenendone a livello affettivo i processi mentali.

Ricercatore e psicopedagogo non hanno volutamente discusso precedentemente i criteri dell'osservazione al fine di non influenzarsi reciprocamente; quest'ultima ha quindi privilegiato una modalità qualitativa e globale, riservandosi in un secondo tempo una rilettura critica di quanto osservato.

L'osservazione si è quindi focalizzata soprattutto sul ricercatore ed ha permesso di rilevare e analizzare i seguenti aspetti:

- *l'entrata in materia*: la fase iniziale prevedeva, con gli allievi di prima media, l'invito del ricercatore di scegliere, come oggetto di discussione, il problema che era maggiormente piaciuto all'allievo intervistato. Questa modalità ha permesso di rassicurare il ragazzo e di creare un clima di lavoro disteso.
- La *prossemica* scelta per il colloquio, sia nel caso della scuola media, che in quello della scuola media superiore, vedeva il ricercatore e l'allievo seduti di sbieco; questa tipologia di spazio interpersonale ha permesso il contatto visivo e ha trasmesso un senso di vicinanza affettiva e di cooperazione.



- Il *linguaggio corporeo* del ricercatore (molti sorrisi, la postura protesa verso il ragazzo,...) e le modalità di comunicazione verbale

(incoraggiamento, richiesta dell'opinione del ragazzo,...) hanno svolto una importante funzione di sostegno affettivo nella fase di apprendimento.

- Sul *piano cognitivo* il ricercatore ha chiesto all'allievo di fare delle ipotesi iniziali, ha valorizzato l'uso del linguaggio matematico, ha invitato il ragazzo a cercare piste alternative, creando adeguate condizioni per l'apprendimento anche quando veniva richiesta al ragazzo una notevole capacità di astrazione.
- La *lode* ha rappresentato un altro ruolo importante durante il colloquio e il ricercatore l'ha utilizzata in modo adeguato, permettendo all'allievo, anche nei momenti nei quali l'emozione rischiava di rappresentare un ostacolo all'apprendimento, di superare il momento critico.
- Al termine del colloquio il ricercatore ha, alcune volte, chiesto un *feedback* sul come l'allievo si fosse sentito durante l'incontro: le risposte, evidentemente soggettive, sembrano confermare l'ipotesi che l'elemento destabilizzante fosse scarsamente influenzato dalle condizioni in cui si svolgeva il colloquio, ma che dipendesse soprattutto dalla difficoltà cognitiva incontrata dal ragazzo nell'affrontare il problema.

Conclusioni

Sulle reazioni degli allievi si è già detto precedentemente ed anche l'osservazione da parte della psicopedagoga non può che confermare l'analisi approfondita fatta dal ricercatore.

Dall'osservazione degli allievi emerge soprattutto quanto la differenza di età tra quelli di prima media e quelli di prima superiore si manifesti con una minore "freschezza" e una maggiore rassegnazione dei maggiori, come se il percorso scolastico più lungo abbia influenzato la dimensione del piacere allo studio. Le risposte degli studenti di scuola media superiore erano infatti, in alcuni casi, più titubanti; i ragazzi dichiaravano di essere in difficoltà e faticavano, nonostante gli incoraggiamenti verbali e posturali del ricercatore, a proseguire nella risoluzione dei problemi.

Un altro aspetto rilevato è che, in generale, col crescere della difficoltà cognitiva degli stimoli, aumenta l'insicurezza degli allievi e le risposte divengono più approssimative ed incerte.

Il campione di colloqui osservati ha permesso quindi una valutazione positiva circa la loro affidabilità. Il ricercatore ha infatti utilizzato in modo adeguato tutti gli strumenti a sua disposizione per creare condizioni di apprendimento più adeguate possibili.