

# **Immagini mentali, lingua comune e comportamenti attesi, nella risoluzione dei problemi<sup>1</sup>**

Bruno D'Amore

**NRD**

**Nucleo di Ricerca in Didattica della Matematica  
Dipartimento di Matematica  
Università di Bologna**

**IAA**

**Istituto per l'Abilitazione e l'Aggiornamento  
Repubblica e Cantone del Ticino  
Locarno, Svizzera**

**305.** D'Amore B. (1996). Immagini mentali, lingua comune e comportamenti attesi, nella risoluzione dei problemi. *La matematica e la sua didattica*. 4, 424-439. [Questo articolo è stato pubblicato anche in: D'Amore B. (ed) (1996). *Convegno del Decennale*. Bologna: Pitagora. 65-82. Questo testo è stato ripubblicato anche in lingua inglese in: D'Amore B., Gagatsis A. (eds) (1997). *Didactics of Mathematics - Technology in Education*. Erasmus ICP 96 G 2011/11., Thessaloniki. 11-24. Questo testo è stato ristampato in lingua italiana anche su: *La didattica*. 4, 1997, 84-92].

Molti studi attuali, condotti anche e soprattutto da matematici, stanno indagando su campi che una volta erano terreno di ricerca di psicologi. Se lo scopo del ricercatore è, infatti, quello di capire i meccanismi di *atteggiamento* e *risposta* da parte dell'allievo, nei diversi contesti, alla proposta di un compito a carattere matematico, come evitare di indagare sul ruolo che hanno per esempio le *immagini mentali*, oppure il *conflitto* tra il ricorso spontaneo al linguaggio naturale e la (supposta) necessità di far uso di un linguaggio (più o meno) formale, oppure il ruolo che ha il *comportamento* atteso e le eventuali divergenze tra questo e quello reale?

---

<sup>1</sup> Lavoro realizzato con il contributo economico del CNR (contratto numero 96.00196.CT01) e del MURST. Questo è il testo della relazione al «Convegno del Decennale. Incontri con la Matematica n. 10. Castel San Pietro Terme (Bologna), 15-17 novembre 1996». Esso è già stato pubblicato in [D'Amore 1996c].

Ciascuno di questi "filoni" (ma ce ne sono tanti tanti altri) sono oggi ricchissimi di bibliografia... Non ci sarebbe necessità di queste indagini, se vi fosse coerenza razionale o relazione di coincidenza tra la domanda e la risposta in aula, tra quel che l'insegnante ritiene di aver proposto alla sua classe e quel che gli studenti hanno ritenuto davvero, ... Su questo punto, si veda [Maier 1996].

Ma, come ben sanno gli insegnanti, le cose non stanno affatto così: colpa delle pieghe sottili della *pragmatica della comunicazione umana*? Colpa del fatto che si tratta pur sempre di messaggi da *decodificare*? Colpa del fatto che i soggetti chiamati in causa in tutto ciò sono esseri umani?

Certo, tutto questo è vero, e forse è vero altro ancora: le cose sono complesse ma, di fatto, stanno così. E allora, come lasciare questo terreno d'indagine tutto in mano agli psicologi? Se l'oggetto della comunicazione, l'oggetto del compito (per esempio il dominio culturale nel quale si propone il problema) è la matematica, il punto essenziale di tutto l'apparato di ricerca è che non si deve perderla di vista, la matematica; occorre sapere istante per istante, durante la ricerca, che cosa sta succedendo da un punto di vista matematico. Altrimenti si rischia di scoprire verità banali, sotto gli occhi di tutti.

Forse è questa mancanza di ... fiducia che spinge tanti matematici a fare ricerca in terreni così vicini a quelli dei colleghi psicologi. Forse è solo ingenuità, unita all'irriverenza. Forse è la consapevolezza che la prima cosa da sapere è *ciò di cui si parla*, per poter cominciare a porsi problemi sul *come se ne parla*.

Quel che farò qui, è solo esaminare alcune situazioni che considero significative da questi punti di vista e per le quali citerò le fonti (bibliografiche, quando ci sono). Il mio scopo è quello di costringere tutti noi, insegnanti di matematica, a riflettere sull'utilità di questi campi d'indagine.<sup>2</sup>

## 1. Matite-Orettol-Przxtqzyw. (Scuola elementare e media).

Il tema della ricerca, detto in poche povere parole, è:

*è vero o no che immaginarsi in ogni dettaglio la scena descritta nel testo di un problema aiuti a risolverlo?*

Cioè: fino a che punto deve spingersi tale verosimiglianza tra quel che è scritto nel testo e la realtà immaginata, sollecitata dalla lettura?

Molti ricercatori concordano sul fatto che vi *debba* essere una buona immaginazione e che, anzi, essa risulti a volte indispensabile per la risoluzione [Johnson-Laird 1983] [Vergnaud 1985] [Paivio 1986] ed altri.

Una prova cruciale<sup>3</sup> che volli realizzare tra il novembre 1993 ed il dicembre 1995 consisteva in questo: creare il testo di un semplice problema di tipo scolastico standard (per esempio del tipo: ricavo, spesa, guadagno) nel quale però una parola chiave del testo dal punto di vista narrativo (per esempio quella che descrive l'oggetto in questione, acquistato e rivenduto) fosse *inesistente*. In questo caso, è ovvio, sarebbe stato impossibile per il risolutore farsi un'*immagine dettagliata* della situazione: come immaginare la transizione di un oggetto dalle mani del venditore a quelle del negoziante a quelle del compratore finale, se tale oggetto non esiste?

Naturalmente occorre essere ben certi della differenza di risultato tra il caso in cui l'oggetto era noto e no; quindi occorre procedere per confronto: uno stesso testo, all'interno del quale porre una volta un oggetto ben familiare ed un'altra volta un oggetto inesistente.

Il testo T che scelsi è:

---

<sup>2</sup> Per entrare nel merito, consiglio ai non esperti la lettura di [D'Amore-Frabboni 1996].

Il signor Piero fa il commerciante. Compra 625 x a L. 500 l'una e le rivende tutte, incassando L. 480.000. Quanto guadagna per ogni x?

Al posto di x venne messa la parola *matita*, ottenendo il testo che d'ora in poi chiamerò T1; al posto di x venne messa poi la "parola" *orettola*, ottenendo il testo che d'ora in poi chiamerò T2.

Sottoposi poi a 107 allievi di V elementare (10-11 anni) i due testi, con la modalità che segue. Ogni classe era suddivisa in due metà; una metà alla volta veniva in un'aula, all'interno della quale venivano consegnati alternativamente in parti uguali i testi T1 e T2 scritti su un foglio A4 e con uno spazio per la risoluzione. Era data la consegna del lavoro singolo, in assoluto silenzio.

Va detto subito che c'è un tipico errore che nulla ha a che fare con la mia prova e che invece è determinante nella valutazione del tipo di esercizio proposto: lo studente invece di rispondere alla domanda sul guadagno per *ogni matita* (o per *ogni orettola*), si limita a calcolare il guadagno *totale*. Ho allora deciso che, per quanto concerne lo scopo della mia indagine, non essendo determinante tale errore, potevo assimilare la corretta risoluzione del problema (determinazione del guadagno per ogni oggetto) al caso in questione (determinazione del guadagno totale). Non ho poi tenuto in alcun conto gli errori di calcolo (numerosissimi).

Ho così considerato solo due classi di risultati:

**E:** risultato esatto (a parte gli errori di calcolo) o sbagliato perché lo studente calcola il guadagno totale invece che quello per ogni oggetto (indipendentemente dagli errori di calcolo)

---

<sup>3</sup> Una prova si dice *cruciale* quando è concepita in modo tale che il risultato ottenuto con essa sia poi determinante per la risposta alla domanda che ci si pone nella ricerca. Spesso le prove cruciali sono delle controprove tese a trovare motivazioni al risultato contrario, rispetto al risultato atteso.

N: procedimento del tutto sbagliato o non eseguito o sbagliato ma con errori gravi (senza tener conto degli errori di calcolo).

Ecco allora i risultati percentuali (arrotondati all'unità) ottenuti con T1 e T2:

T1: E 56% N 44%

T2: E 53% N 47%.

Se si tiene conto del fatto che gli studenti erano in numero relativamente modesto (53+54), si può pensare che si tratta sostanzialmente dello stesso risultato percentuale e cioè che, in prima istanza, la scelta di *orettole* in luogo di *matite* non sembra influenzare il risultato.

Ma non corriamo troppo rapidamente alle conclusioni.

Al termine della prova, lo studente doveva indicare per iscritto se aveva avuto imbarazzi nella lettura e nella risoluzione del T2, e quali. Non solo, ma era prevista anche una intervista da parte mia o di alcuni insegnanti del Nucleo.

Solo 2 studenti tra i 54 che hanno affrontato il testo T2 hanno denunciato per iscritto la presenza della parola misteriosa *orettole* e si tratta però in entrambi i casi di studenti che hanno poi risolto bene l'esercizio. E solo 2 altri studenti tra quelli intervistati hanno ammesso di essere stati imbarazzati alla lettura di quella parola, ma ci hanno anche spiegato che al momento della lettura si sono dati delle interpretazioni di tale parola. Uno dice che si tratta di "verdure" (vendute da un cartolaio!) (tale studente fa parte dei solutori del gruppo N); l'altro dice che si tratta di "oggetti" (e fa parte del gruppo E).

[È evidente che il problema T, indipendentemente dalla scelta dell'oggetto x, si è rivelato *troppo difficile*. Raccogliendo la sollecitazione di un maestro membro del NRD (il dott. Giorgio Gabellini), abbiamo allora fatto la seguente ulteriore prova: Un cartolaio compra 4 x corte, 6 x lunghe e 12 x medie. Quante x compra in tutto? proponendo una volta *matite* ed una volta *orettole* in luogo di x.

Il primo testo (*matite*) è risolto da tutti i bambini tranne uno (che nell'addizione "dimentica" l'addendo 12).

Il secondo testo (*orettole*) è risolto da tutti i bambini (diversi dai precedenti) tranne uno (che nell'addizione "dimentica" l'addendo 12).

Lo stesso identico risultato (e lo stesso identico errore), quasi come se l'uso di una parola o dell'altra fosse del tutto indifferente!

Durante l'intervista del gruppo T2 (*orettole*), *nessun* bambino denuncia esplicitamente una qualsiasi forma di imbarazzo provocata dalla presenza della parola *orettole*.]

Qui va detto, a onor del vero, che questi sono i risultati della intervista "pulita" condotta a regola d'arte... Ma quando si vedeva che i bambini nulla dicevano spontaneamente sulle *orettole*, spesso l'intervistatore considerava chiusa l'intervista vera e forzava un po' la mano in modo esplicito, pur di vedere un risultato, per esempio con un: «E non hai letto *questa* parola? Che cosa significa?».

Al di là delle risposte esplicite e consapevoli, è allora risultato evidente che ogni bambino si è reimmaginato qualche cosa che potesse giustificare quella parola, scegliendo per così dire "costanti interpretative" che avessero un senso in quel frangente ("verdura", come abbiamo visto; ma anche "scatolette", "gabbiette" ed altro). Oppure scegliendo "variabili interpretative" che potessero assumere un senso volendo, ma non necessariamente ("oggetti", come abbiamo visto, ma anche "cose", "robe" ed altro).

Dunque, non sembrava così determinante il fatto che si dovesse per forza immaginare qualche cosa di circostanziato e del tutto concreto; l'immaginarsi la situazione descritta nel testo poteva anche limitarsi a qualche cosa di confuso e ciò, viste le percentuali e la loro distribuzione tra **E** ed **N**, non sembra avere un peso rilevante nella mia ricerca.

Ho però avuto un dubbio. Il fatto che i bambini riuscissero così bene ad immaginarsi situazioni con le inesistenti *orettole* non dipendeva forse dal fatto che tale "parola" ha comunque una **forma buona** (sì, proprio nel senso della psicologia

gestaltica)? [D'Amore 1993a]. Nella intervista forzata si capiva che molti bambini erano disposti ad ammettere che si trattasse di oggetti che loro con conoscevano ma che senz'altro erano qualche cosa...Qui giocano certamente dei ruoli formidabili il concetto generale di problema (e qui si *deve* vedere il lavoro [Zan 1991-92]) e la famosa clausola del contratto didattico: se l'insegnante dà un problema, questo deve avere un senso e deve poter essere risolto.

E se avessi proposto un termine chiaramente impossibile, una parola decisamente inesistente, per di più in una forma non buona, che cosa sarebbe capitato?

Ho allora ripreso ancora una volta il testo T ed ho sostituito x con la "parola" *przetqzyw* ottenendo il testo che chiamerò T3.

Se analizziamo i risultati di questo caso, testati su 4 classi quinte (76 allievi), abbiamo:

**E:** 59%

**N:** 41%.

A prima vista sembra di avere addirittura un piccolo miglioramento della situazione: gli studenti risolvono T3 più che non T1 o T2; ma se teniamo conto che si tratta solo di 76 allievi, allora mi pare di poter dire che tale miglioramento è percentualmente pressoché nullo.

Ancora una volta, solo 2 allievi denunciano per iscritto la presenza della "strana parola". Quanto alle interviste, questa volta sale nettissimamente (sono il 26%) il numero degli studenti che spontaneamente cita la parola strana, ma quasi tutti spiegano che hanno ugualmente immaginato qualche cosa, ancora una volta distinguendo tra costanti ("marca di penne", "marca di caramelle", per esempio), o variabili ("della roba", "un dato", "degli elementi"; addirittura abbiamo un esplicito: "un modo per scrivere qualcosa").

L'ipotesi di partenza, e cioè che la presenza di parole incognite, inibendo la possibilità di farsi immagini mentali circoscritte e dettagliate della situazione, riduca la percentuale di risoluzioni esatte del problema, sembra dunque falsa.

Tale immaginarsi la situazione descritta è una faccenda assai più complicata; l'immagine della situazione descritta non ha necessità di dettagli, di rifarsi a modelli realistici, ma può anche limitarsi a situazioni vaghe, sfumate, anche non realistiche.

Ho fatto la stessa prova in 3 classi di I media (11-12 anni), a fine anno scolastico, ma solo con T1 e T2, con i seguenti risultati:

T1: E 41% N 59%

T2: E 49% N 51%.

Addirittura, la percentuale dei successi aumenta nel passaggio da T1 a T2; anche in tal caso, però, suppongo che ciò sia dovuto ai numeri relativamente bassi di studenti testati (si tratta di soli 68 studenti).

Il comportamento dei dodicenni è del tutto analogo a quello visto prima. Gli studenti creano interpretazioni di *orettola* come costante o come variabile. (Una delle costanti che è stata proposta è "bettola": ciò conferma che il suono è dunque vagamente accettato come qualche cosa di plausibile, ma lo studente evidentemente ignora che cosa significhi quella parola).

Una frase mi ha fatto riflettere molto e con essa chiudo questo paragrafo **1**.

In una delle volte in cui, come intervistatore esageratamente esplicito, ho cercato di indagare più a fondo, di fronte alla mia insistenza a cercar di capire che cosa uno studente si fosse immaginato della situazione, questi, spazientito, mi ha detto che lui non si era immaginato niente perché: *«L'importante non è capire, ma risolvere*



*il problema*», il che la dice lunga sulla situazione che la nostra povera matematica vive in aula.

Quel che ho detto finora non è che un riassunto molto tirato via di una ricerca assai più profonda. Chi desiderasse leggerla per intero nella sua versione ... seria, può vedere [D'Amore 1996b].

## **2. È lecito sostituire una formula algebrica con una figura? (Scuola superiore).**

Da qualche tempo, sono in auge studi sulla *visualizzazione*; si pensi che al momento del commiato dell'ICME 8 a Siviglia, il 21 luglio 1996, nel tentativo di provare ad ipotizzare quali saranno i temi dominanti della futura ricerca nei prossimi 4 anni, in attesa di ICME 9 a Tokio, nell'anno 2000, più d'un conferenziere ha messo in elenco la problematica della visualizzazione. (Suggerisco al lettore italiano la lettura di [Kaldrimidou 1995] e di [Bagni 1996]). In [Vinner 1992] si legge, alle pagine 197 e 212:

Le rappresentazioni visuali, le immagini mentali, le impressioni e le esperienze associate al nome del concetto possono essere tradotte in forme verbali. Ma è importante ricordare che queste forme verbali non sono state le prime cose evocate nella nostra memoria quando abbiamo sentito o visto il nome del concetto... [...] La gente ricorda gli aspetti visuali di un concetto meglio dei suoi aspetti analitici.

Si capisce bene, allora, come sia interessante ed importante cercare di calibrare e di integrare la funzione educativa e didattica di formule e figure-immagini tutte le volte che ciò è possibile.

Ora, vi sono altri due punti da tenere presenti:

1. il massimo del formalismo a-figurale della nostra scuola media superiore si ha in algebra

2. nel III secolo a. C., non esistendo un linguaggio algebrico così come lo concepiamo noi oggi, i matematici greci ricorrevano a rappresentazioni figurali che venivano considerate né più né meno che corrispondenti alle nostre formule; esse venivano enunciate in lingua naturale ed esemplificate tramite figure; basti vedere il II libro degli *Elementi* di Euclide.

Ebbene, le considerazioni precedenti e questi due ultimi punti, spingono ovviamente ad analizzare quale potrebbe essere l'esito di una didattica dell'algebra, se si ammettesse come lecita una rappresentazione con figure e non solo formalismi.

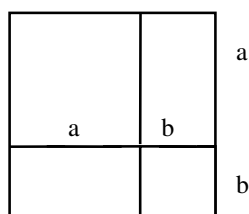
È quel che è studiato in [Kaldrimidou 1995] ed in [Bagni 1996]. La ricerca in realtà è assai più complessa ed a quella rinvio il lettore interessato. Qui mi voglio limitare ad un aspetto semplice e molto circostanziato.

Nel lungo item della Kaldrimidou, al quale rimando, un test riguardava il quadrato del binomio. Lo riporto fedelmente:

Ecco due metodi per provare che  $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ , essendo  $a, b$  numeri reali.

a.  $(a+b)^2=(a+b)(a+b)=a^2+ba+ab+b^2=a^2+2ab+b^2$

b.



Tra i due, qual è il più appropriato dal punto di vista matematico?

L'apparente ingenuità o vaghezza della domanda è ragionevolmente ben spiegata nel testo che cito. Essa è rivolta a studenti universitari ed a professori di matematica di scuola superiore; essa è stata provata dal prof. Giorgio Bagni, membro del NRD di Bologna, anche con studenti del Liceo Scientifico; ed infine con laureati frequentanti il «Corso di perfezionamento in Didattica della Matematica» (Facoltà di Scienze, Università di Bologna).

Il risultato è che solo un quarto degli studenti è disposta ad ammettere non tanto che la risposta grafica sia più *appropriata*, ma che sia anche solo *accettabile*; mentre tra gli insegnanti tale percentuale scende ancora...

Perché?

I lavori [Kaldrimidou 1995] e [Bagni 1996] affrontano la risposta a tale domanda con estrema attenzione e parecchi dettagli. Per farla breve, qui mi limiterò solo a dire che:

- la spiegazione tramite l'immagine non sembra cònsona alla matematica, non sembra *seria*, non sembra sufficientemente *rigorosa*
- può andar bene per aiutare a capire, ma non sostituisce la *vera* formulazione e la vera conduzione della prova
- il linguaggio delle figure non è adeguato alle esigenze di *rigore* della matematica
- il linguaggio dell'algebra *deve* essere quello ben noto, non si può demandare ad altri...

Ci si aspetta, dunque, che in algebra si usi un linguaggio di simboli e non di figure: è il *comportamento atteso*.

Io personalmente ho ottenuto anche altre interessanti osservazioni:

- mentre  $a$  e  $b$  sono interpretabili in  $\mathbb{R}$  come numeri qualsiasi, nella figura le misure  $a$  e  $b$  dei lati sono *determinate* (?) dalla figura stessa (dunque: è lecito

riservare il nome di “variabile” a delle lettere, ma *non* è lecito disegnare un segmento, supponendo che sia *solo* la rappresentazione di una variabile)

■ le misure dei segmenti  $a$  e  $b$  sono sempre approssimate, mentre i valori  $a$  e  $b$  in  $\mathbb{R}$  no...

Mi sembra essenziale, visti i precedenti risultati, affrontare con estrema attenzione e decisione questa problematica. Che cosa voglia dire davvero *variabile*, *costante*, ma addirittura *numero reale*, sembra essere un po' confuso nella testa di molti studenti (ed ex-studenti).

Proprio questa esperienza potrebbe portare a suggerire una didattica esplicitamente poli linguistica, per così dire, cioè basata su codici linguistici o registri linguistici estremamente diversificati. Anzi, studiarne le caratteristiche che li accomunano e li differenziano potrebbe essere un vantaggio per tutti ed uno strumento educativo di grande effetto.

### **3. La serie di Nicola D'Oresme e la serie di Zenone di Elea: che cosa vuol dire davvero *analogia*? (Scuola media superiore ed Università).**

Nell'ambito di una vasta ricerca sulla didattica dell'infinito, ancora in corso, che coinvolge molti membri del NRD di Bologna<sup>4</sup> (si veda, in italiano, [D'Amore 1996a]), uno degli argomenti affrontati e già in fase avanzata di studio in modo specifico da parte della dott.ssa Berta Martini è il seguente. A studenti di scuola secondaria superiore ed universitari (biennio di facoltà scientifiche) è stata proposta la tecnica di Nicola D'Oresme (1323-1382) per dimostrare che la somma  $s = 1 + 1/2 + 1/3 + 1/4 + 1/5 + 1/6 + 1/7 + 1/8 + \dots$

---

<sup>4</sup> e che ho presentato nella prolusione introduttiva al Topic Group XIV, ICME 8, Siviglia, il 19 luglio 1996.

è infinita o, meglio, supera qualsiasi valore naturale  $M$  arbitrariamente stabilito in precedenza, per quanto grande. Il Vescovo di Lisieux lo dimostra come segue, sfidando, almeno in parte, il celebre *diktat* aristotelico che voleva bandito l'infinito attuale dalle argomentazioni in matematica (si veda [Arrigo - D'Amore 1992]):

per cominciare, si noti che  $1+1/2 > 1$ ;

consideriamo  $1/3+1/4$ ; se 3 fosse uguale a 4, allora  $1/3+1/4$  sarebbe  $2/4$  cioè  $1/2$ ;

ma poiché  $3 < 4$ , allora  $1/3+1/4 > 1/2$ ;

consideriamo  $1/5+1/6+1/7+1/8$ ; se 5, 6 e 7 fossero uguali ad 8, allora tale somma sarebbe  $1/2$ ; ma poiché  $5 < 8$ ,  $6 < 8$  e  $7 < 8$ , allora quella somma supera  $1/2$ ;

così procedendo prendendo ora 8 addendi, poi 16, poi 32, eccetera, si supera sempre ogni volta  $1/2$ ;

e la somma di tanti  $1/2$  certamente supera prima o poi qualsiasi naturale  $M$ , prefissato a piacere, per quanto grande.

*Tutti* gli studenti cui tale ragionamento è stato mostrato lo hanno accettato dichiarando di averlo ben compreso.

A questo punto si è introdotto il paradosso di Zenone di Elea (V secolo a. C.) di Achille e la Tartaruga (sempre [Arrigo - D'Amore 1992]); se si pone che Achille dia alla Tartaruga un vantaggio unitario e che le velocità  $v_A$  di Achille e  $v_T$  di Tartaruga siano la prima il doppio della seconda, alla domanda di stabilire qual è la distanza percorsa da Achille si trova subito la serie:

$$z = 1+1/2+1/4+1/8+1/16 + \dots$$

Abbiamo allora chiesto a quegli stessi studenti se tale somma  $z$  fosse maggiore o no di un naturale  $M$  scelto a piacere abbastanza grande: e *tutti*, anche coloro che avevano fatto studi di Analisi nella Scuola Secondaria Superiore, o stavano studiando Analisi all'Università, hanno dimostrato di esserne convinti, presupponendo che avrebbero potuto applicare lo stratagemma di Nicola. Abbiamo allora chiesto *semplicemente* di superare  $M$  nel caso in cui  $M$  fosse uguale al

*banale* valore 2. Dimostrando effettivamente di avere ben capito la tecnica di Nicola, non solo molti studenti hanno cercato di trovare somme parziali adeguate allo scopo, ma hanno poi dimostrato reale e genuina sorpresa di fronte alla palese impossibilità di soddisfare la nostra richiesta.

Durante le interviste, più e più volte è stata portata come giustificazione un'*analogia di forma* tra le due serie, ma soprattutto una clausola del contratto didattico secondo la quale, in quella situazione, c'era un *comportamento atteso*: prima l'insegnante spiega una cosa, poi fa fare un esercizio del tutto identico. Il che la dice lunga sugli stereotipi comportamentali e dunque sull'importanza del comportamento atteso.

Costituisce certo interesse sapere che più di uno studente ha denunciato il fatto che si trattava certamente di un *trucco*, anche se non sapeva spiegarcelo: ma poi non sapeva dire se era un trucco quello applicato da Nicola (e cioè: in realtà anche la prima serie converge), o quello proposto da noi per la seconda serie (e cioè: in realtà anche questa seconda serie diverge).

E questo invece la dice lunga sull'immagine della matematica presso gli studenti...

#### **4. Conclusione, grazie alla frase ingenua ma significativa di un bambino delle elementari: «Ah, ma così non vale...».**

È già stata oggetto da parte mia di un breve scritto [D'Amore 1993b] la situazione che si crea in classe quando si dà da risolvere un problema impossibile. La bibliografia internazionale su questo tema è vastissima, tanto che non ho il coraggio di citare qualcosa qui, sapendo di certo che dimenticherei qualcosa...

Una volta proposi un problema impossibile ad una classe che, a detta dell'insegnante, era abituata a questo genere di proposte; ottenni un fiasco

colossale! Quando presentai e spiegai ai bambini la non risolubilità del problema, un bambino protestò: «Ah, ma così non vale. Quando il problema è impossibile, la nostra maestra ce lo dice. Ce lo dovevi dire anche tu».

Come commentare? La routine scolastica uccide anche le idee più significative e vincenti. Quell'insegnante si era chiesta perché nella prassi sono entrati i problemi senza soluzione? Evidentemente no, altrimenti avrebbe capito che il loro scopo non è quello di torturare i nostri allievi aumentando confusione e noia routinaria; al contrario: il loro scopo è proprio quello di capitare a sorpresa, per convincere gli allievi a leggere, a capire i testi, a ragionare, a selezionarne le informazioni, e non solo a cogliere qua e là qualche parola indicativa per ... azzeccare la soluzione, anzi: la operazione risolutiva.

Purtroppo, anche le idee didatticamente più significative possono essere reinterpretate in modo banale e quindi avere effetti nulli se non addirittura controproducenti.

Fortunatamente non si tratta che di episodi rari; ma quel bambino, quella classe, che idea s'è fatto della matematica e della necessità, opportunità, significatività della matematica a scuola?

### **Indicazioni bibliografiche**

[Arrigo - D'Amore 1992] G. Arrigo - B. D'Amore, *Infiniti*, Angeli, Milano 1992.

[Bagni 1996] G. Bagni, *Visualizzazione e didattica della matematica nella scuola secondaria superiore*, "L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate", in corso di stampa.

[D'Amore 1993a] B. D'Amore, *Problemi. Pedagogia e psicologia della matematica nell'attività di problem solving*, Angeli, Milano; I ed. 1993, II ed. 1996.

[D'Amore 1993b] B. D'Amore, *Il problema del pastore*, "La vita scolastica", 2, settembre 1993, 14-17. Ora anche in appendice a [D'Amore - Frabboni 1996].

[D'Amore 1996a] B. D'Amore, *L'infinito: storia di conflitti, di sorprese, di dubbi. Un fertile campo per la ricerca in Didattica della Matematica*; in italiano su: "La Matematica e la sua didattica", 3, 1996, 322-335.

[D'Amore 1996b] B. D'Amore, *Matite-Orettore-Przetqzyw. Le immagini mentali dei testi delle situazioni-problema influenzano davvero la risoluzione?*, "L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate", in corso di stampa 1996.

[D'Amore 1996c] B. D'Amore (a cura di), *Il Convegno del Decennale. Didattica della Matematica*, Pitagora, Bologna 1996.

[D'Amore-Frabboni 1996] B. D'Amore - F. Frabboni, *Didattica generale e didattiche disciplinari*, Angeli, Milano 1996.

[Kaldrimidou 1995] M. Kaldrimidou, *Lo status della visualizzazione presso gli studenti e gli insegnanti di matematica*, "La Matematica e la sua didattica", 2, 1995, 181-194.

[Johnson-Laird 1983] P. N. Johnson-Laird, *Mental Models*, Cambridge Univ. Press, Cambridge 1983 (trad. it.: Il Mulino, Bologna 1988).

[Maier 1996] H. Maier, *Apprendimento della matematica. Difficoltà e modalità per superarle*, in: [D'Amore 1996c].

[Paivio 1986] A. Paivio, *Mental representations: A dual coding approach*, Clarendon Press, Oxford 1986.

[Vergnaud 1985] G. Vergnaud, *Psicologia cognitiva ed evolutiva. Ricerca in didattica della matematica: alcune questioni teoriche e metodologiche*, in: L. Chini Artusi (a cura di), *Numeri ed operazioni nella scuola di base*, Zanichelli-UMI, Bologna 1985, 20-45.

[Vinner 1992] S. Vinner, *Function concept as prototype for problems in mathematics learning*, in: G. Harel and E. Dubinsky (eds.), *The concept of Function: Aspects of Epistemology and Pedagogy*, MAA Notes, vol. 25, 195-213.

[Zan 1991-92] R. Zan, *I modelli concettuali di problema nei bambini della scuola elementare*, "L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate", 14 (7, 9), 1991, 659-677, 807-840; 15 (1), 1992, 39-53.