

“Ejercicios anticipados” y “zona de desarrollo próximo”: comportamiento estratégico y lenguaje comunicativo en actividad de resolución de problemas

D’Amore B., Fandiño Pinilla M.I., Marazzani I. (2004). “Ejercicios anticipados” y “zona de desarrollo próximo”: comportamiento estratégico y lenguaje comunicativo en actividad de resolución de problemas. *Epsilon*. [Sevilla, Spagna]. 57, 357-378.

Bruno D’Amore, Martha Isabel Fandiño Pinilla, Ines Marazzani

NRD

Núcleo de Investigación en Didáctica de la Matemática

Departamento de Matemática - Universidad de Bologna – Italia

Abstract. This study investigates the idea of “in advance exercise”, based on specific stimulus texts in situations of autonomous and collaborative problem-solving, as defined by Vygotsky, within the zones of proximal and potential development, with a view to identifying types of behavioural strategies linked to a range of variables.

Resumen. En este trabajo se estudia la idea de “ejercicio anticipado”, es decir, de particulares textos - estímulos en situación de resolución de problemas, autónoma y colaboradora, según las definiciones de Vygotskij, en el ámbito de las zonas de desarrollo próximo y potencial, con el fin de conocer tipologías estratégicas de comportamiento sobre la base de diversas variables.

Resumé. Dans ce travail on étudie l’idée de “exercice anticipé”, c’est à dire de textes-stimulations particuliers en situation de résolution de problèmes, autonome et en collaboration, selon la définition de Vigotsky, dans le cadre des zones de développement proche et potentiel, au but de connaître les typologies stratégiques de comportement sur la base de différentes variables.

Sunto. In questo lavoro si studia l’idea di “esercizio anticipato” cioè di particolari testi-stimolo in situazione di problem solving, autonomo e collaborativo, secondo le definizioni di Vygotskij, nell’ambito delle zone di sviluppo prossimale e potenziale, allo scopo di conoscere tipologie strategiche di comportamento in base a diverse variabili.

El presente trabajo se desarrolló en el ámbito del Proyecto de Investigación de la Unidad de Bologna: «*Investigación sobre el funcionamiento del sistema: alumno-maestro-saber*», dentro del Programa de Investigación Nacional: «*Dificultad en matemática: instrumentos para observar, interpretar, intervenir*», co-financiado con fondos del M.I.U.R. (Ministerio de la Instrucción, de la Universidad y de la Investigación, Italia).

1. Marco teórico en el cual se sitúa nuestra investigación

Delinearemos en cinco puntos, del 1.1. a 1.5, el marco teórico en el que se sitúa nuestra investigación. Daremos a continuación algunas definiciones que serán útiles.

1.1. La “zona de desarrollo próximo”

Debemos a Vygotsky (1931-80) una distinción, al día de hoy considerada clásica, entre dos ideas concernientes al desarrollo individual:

- “nivel efectivo de desarrollo”: se trata de un modo de expresar en forma esquemática la idea de competencia efectivamente adquirida en un determinado momento del desarrollo cognitivo de un individuo; la “zona” en la cual se sitúa este nivel se llama “zona efectiva”;
- “nivel potencial de desarrollo”: análogo, para las competencias que potencialmente en un futuro próximo un individuo puede adquirir; la “zona” en la cual se sitúa este nivel se llama “zona potencial”.

La actividad didáctica tiene, por razones opuestas, poco sentido en cada una de estas “zonas”:

- en la primera, sólo puede confirmar los conocimientos ya adquiridos;
- en la segunda, no puede producir competencia o construcción de conocimiento, dado que quien está en fase de aprendizaje (el aprendiz) no tiene aún la competencia necesaria para entender lo que se le está proponiendo.

Por tanto, la actividad didáctica se debe jugar toda *entre* la zona de desarrollo efectivo y la zona de desarrollo potencial, en aquella que se llama “zona de desarrollo próximo”, es decir «la distancia entre el

nivel efectivo de desarrollo (...) y el nivel de desarrollo potencial (...)», como lo dice el mismo Vygotsky en el texto citado.

En realidad, la situación es un poco más sutil.

En el texto al cual hacemos referencia, en el momento de presentar esta distinción, Vygotsky se refiere explícitamente no a genéricas actividades didácticas de aprendizaje, sino a situaciones de resolución de problemas (*problem solving*) y distingue dos formas de esta actividad:

- *problem solving* autónomo, es decir afrontado por el aprendiz autónomamente,
- *problem solving* colaborativo, es decir afrontado por el aprendiz bajo la guía de un adulto o en colaboración con un coetáneo que ha alcanzado un mayor éxito en la actividad.

La zona de desarrollo próximo, en actividad de *problem solving*, está, por tanto, comprendida entre estas dos zonas:

- lo que un individuo sabe hacer autónomamente pertenece a la zona efectiva;
- lo que un individuo hace en colaboración podría no ser del todo adquirido en modo autónomo; pero, si dicha colaboración se dio, entonces su hacer forma parte de la zona potencial o, por lo menos, sirve para definirla y reconocerla (más aún, según Vygotsky, los resultados del *problem solving* en colaboración podrían revelar más elementos relacionados con las competencias individuales que no el llamado autónomo).

Por tanto, la zona operativa de la didáctica es *más allá* de la zona efectiva, pero *antes* de la potencial, es decir aquella zona donde el aprendiz puede construir conocimiento. Escribe el mismo Vygotsky: «La zona de desarrollo próximo define aquellas funciones que no son aún maduras pero que están en proceso de maduración, funciones que madurarán mañana pero que en el momento actual están en estado embrionario. El nivel efectivo de desarrollo caracteriza el desarrollo mental retrospectivamente, mientras la zona de desarrollo próximo caracteriza el desarrollo mental prospectivamente».

Con el fin de testimoniar lo antes descrito, Vygotsky hizo experimentos con los cuales demostró que «aquello que hoy está en la zona de desarrollo próximo será el nivel de desarrollo efectivo mañana»; con este objetivo, consideró también los estudios de McCarthy, publicados en los años 30', que efectivamente podían

demostrar esta afirmación [para tener más detalles, véase D'Amore (1997), apartado 4.4. y siguientes].

En la colaboración entre aprendiz y adulto o coetáneo más hábil, reviste seguramente un papel de extraordinaria importancia el aprendizaje por imitación, entendida no solo como pasividad repetitiva, sino como la activación de mecanismos autónomos sobre la base de un modelo comportamental exitoso que le ha sido propuesto. Por tanto, un papel central le espera a los miembros de una sociedad en el interior de la cual quien aprende está inserto: «El aprendizaje humano presupone una naturaleza social específica y un proceso a través del cual los niños se integran gradualmente a la vida intelectual de aquellos que los circundan» (Vygotsky, 1931-80).

1. 2. Los ejercicios “anticipados”

Es bien conocida por quienes se ocupan de didáctica de la matemática la distinción entre “ejercicio” y “problema”, tanto que no consideramos necesario aportar citas bibliográficas. Sirve aquí recordar solamente que:

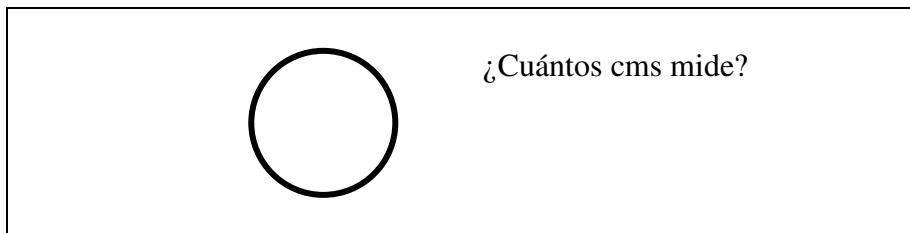
- *la realización de un ejercicio* implica, por su misma naturaleza, una actividad no creativa en la cual se emplean competencias ya adquiridas: efectuando un ejercicio el estudiante pone en juego sólo saberes ya adquiridos, no se requiere ningún acto creativo;
- por su misma definición, en cambio, *la resolución de un problema* implica poner en juego actividades creativas: el estudiante, sobre la base de sus propias competencias, debe saber organizarlas con el fin de idear una solución o usar una determinada estrategia que antes no ha sido experimentada; por lo cual, se trata de un verdadero y propio acto creativo.

Sobre la profunda diferencia de las funciones didácticas de ejercicios y problemas ya se ha escrito bastante; se puede ver por ejemplo D'Amore (1997).

Es por demás obvio que, en esta distinción, la naturaleza de un texto – estímulo es en un cierto sentido neutral. Expliquémoslo mejor. Un texto – estímulo puede ser al mismo tiempo un ejercicio o un problema, dependiendo del ámbito en el cual viene propuesto (por ejemplo, según el nivel escolar).

Un ejemplo, elocuente según nuestro parecer, ya presentado en D'Amore 1992, es el siguiente.

Se considera el siguiente test: en una hoja de papel blanco sin líneas se dibuja una circunferencia y se invita al estudiante a medirla en cms:



- Si este estímulo viene dado en el 3° grado de escuela media (niños de 11-14 años), esperamos que el estudiante tome la medida del diámetro en cm (a lo sumo después de haberlo trazado) y después calcule la medida de la circunferencia multiplicando la medida del diámetro por 3.14.
- Si este estímulo viene propuesto en el 3° grado de escuela primaria, los resultados son extremadamente diferentes. Uno de los autores de este artículo hizo algunas pruebas sobre este texto en Argenta, provincia de Ferrara, entre 1990 y 1991, analizando el comportamiento de los niños. (Sobre tales comportamientos, no nos detendremos aquí; las pruebas fueron efectuadas, de manera no sistemática, como preliminares a una investigación, con el único fin de recoger indicios).

Es necesario testimoniar que se revela de importancia estratégica el *desear* proceder en la resolución: la pareja de procesos *motivación – volición* (Pellerey, 1993) juega un papel de extraordinaria importancia. Se sabe también que, a nivel de escuela primaria es más fácil llevar a cabo un proceso de motivación con el fin de que el estudiante active, por sí mismo, el proceso de volición.

Entonces, ¿qué es lo que distingue un problema de un ejercicio anticipado?. Es sólo, por así decirlo, la naturaleza escolar – práxica del texto: nosotros pedimos que el ejercicio anticipado sea un ejercicio estándar, de uso y consumo rutinario en la escuela, en *un cierto punto*

del itinerario escolar; solo que dicho texto – estímulo viene propuesto *antes* de aquel momento.

Es obvio que el texto - estímulo contenido en un ejercicio anticipado no debe contener símbolos formales desconocidos o, más en general, términos u otros aspectos incomprensible. Aún más en general: el ejercicio anticipado se elige de forma tal que quien lo recibe este en situación de entender el *sentido* del texto escrito y el *sentido* de la pregunta.

Esta consideración nuestra, a la cual no podemos renunciar, la hacemos explícita de una vez por todas y no se repetirá en las líneas siguientes, dándola por descontada, como parte de la definición misma de “ejercicio anticipado”.

1. 3. Ejercicios anticipados y zona de desarrollo. La idea de “distancia”

Podemos por tanto afirmar, sobre la base de lo expuesto hasta aquí, que el ejercicio se juega todo en la zona efectiva; mientras el ejercicio anticipado no es otra cosa que un ejercicio de la zona de desarrollo potencial pero, por así decirlo, *transportado* algún tiempo antes, *anticipado*, precisamente.

Es por tanto intuitivo lo que sigue:

- si un ejercicio forma parte de la zona potencial, pero está demasiado lejos de la zona efectiva, su anticipación produce resultados cognitivos nulos y una actividad resolutiva (sensata) inexistente;
- si, por el contrario, el sujeto entiende el sentido de la solicitud, con la suficiente motivación para sumergirse en el intento de resolución y el deseo de enfrentarlo verdaderamente, entonces podrían producirse resultados cognitivos interesantes.

En líneas anteriores hicimos referencia a la mayor o menor “distancia” entre la zona efectiva en la cual se encuentra un individuo, con respecto a las competencias necesarias para resolver un cierto problema; y la zona potencial en la cual dicho texto debe ser considerado sólo un ejercicio. [Como ejemplo concreto, en el caso de la medida de la circunferencia, tomamos en examen alumnos de 3º grado de primaria y les dimos como problema un ejercicio del 3º grado de la escuela media].

Ahora bien, es obvio que las definiciones de zona efectiva, zona potencial y zona próxima, están ligadas a cada individuo, es decir, es un hecho puramente individual y relacionado con el objeto específico de aprendizaje; sin embargo, con el único objetivo de hacer comprensibles los procesos de investigación, definimos la idea de “distancia” entre la zona efectiva de un determinado individuo A, a quien se le ha dado para resolver un ejercicio anticipado E, y la zona potencial a la cual E pertenece por derecho como ejercicio, según la tradición difusa y compartida por los maestros (como “jueces” de estos tipos de pertenencias, consideramos siempre el juicio de maestros basándonos en su experiencia y en su criterio).

Supongamos que solo nos interese el ambiente escolar y fijemos las ideas sobre la organización escolar italiana. Si A cursa el grado $p^{\text{ésimo}}$ y E pertenece como ejercicio al grado $q^{\text{ésimo}}$, siguiendo el criterio de maestros expertos, con $p < q$, decimos que la distancia de E para A es el valor $q-p$. (Si $q-p=0$, E es un ejercicio para A). Por “grado $q^{\text{ésimo}}$ ” entendemos banalmente: 1° para el primer curso de la escuela primaria, 2° para el segundo curso, ... 6° para la primer grado de escuela media, ... 8° para el tercer grado de la escuela media, ... 13° para el último grado de la escuela superior. [En el caso de la medida de la circunferencia, la “distancia” se determinó genéricamente como 5, suponiendo que los alumnos a quienes se les propuso este texto tenían las competencias exigidas, tanto para el grado que estaban cursando como en relación con la temática involucrada].

1. 4. Los ejercicios anticipados como ocasión de actividad

Si a un alumno en particular (SITUACIÓN AUTÓNOMA: SA) se le propone un ejercicio anticipado, podemos suponer desde ya que se pueden encontrar dos macro-tipo de respuesta actitudinal:

- si existen las condiciones para que el alumno desee a cualquier costo dar una respuesta (por ejemplo: porque se crearon las bases de una verdadera motivación), entonces el alumno pone en juego todas sus estrategias para dar una solución;
- si tales condiciones no fueron creadas o no produjeron ningún efecto sobre un alumno en particular, entonces, es bastante probable que dicho estudiante no afronte la actividad que reconoce

como nueva, nunca antes afrontada, no congruente con sus propias competencias.

Definimos la primera de estas condiciones:

- SA con motivación y volición positivas (SAm);

mientras definimos la segunda:

- SA con motivación y volición deficientes (SAn).

Si a un alumno se le propone un ejercicio anticipado, pero se le asigna un adulto o un compañero que ha afrontado la actividad con éxito (SITUACIÓN COLABORATIVA: SC), podemos suponer también en este caso, dos macro-tipo de respuestas actitudinales análogas: SCm y SCn.

1. 5. Ejercicios anticipados y lenguaje

Tanto en las situaciones SA como en las SC, el lenguaje adquiere un peso significativo, aunque por razones diversas.

Iniciemos con las SA.

Para dar una explicación concreta de lo que entendemos con la precedente afirmación, volvamos al test de la circunferencia presentado líneas arriba.

Nuestra prueba fue presentada en situación SA y el mayor número de los comportamientos actitudinales fueron SAm y (casi) ningún SAn. En *todos* los casos de SAm, los alumnos operaban correctamente: hubo quien intentó medir con la regla, deslizándola a lo largo de la circunferencia; otros intentaron con el transportador, pensándolo como una... regla curva apta para medir la circunferencia; otros extendieron papel o hilo a lo largo de la circunferencia; se encontró también el caso de un niño que intentó cronometrar el tiempo que empleaba la punta de un compás en diseñar la circunferencia, para trazar después, en el mismo tiempo, gracias a una regla, un segmento de igual longitud (la circunferencia rectificada ... en el mismo tiempo).

Por tanto, en *todos* los casos de SAm, los alumnos que enfrentaron este ejercicio operaron *concretamente*.

Se puede pensar que, dado que no tiene los instrumentos cognitivos, el estudiante recurre a una práctica operativa concreta, aquella que

parece estar dominada por la praxis y no por las competencias teóricas (que se da cuenta de no poseer).

Al terminar la resolución del ejercicio anticipado en el caso de la circunferencia, se pedía siempre al alumno que explicara cual había sido su estrategia resolutoria; él, con voluntad comunicativa explícita, exponía en realidad lo que había *hecho*, dando ampliamente razón a Vygotsky (1931-80): «El lenguaje y la acción forman parte de una única y compleja función psíquica, dirigida a la solución de los problemas (...)».

Veamos ahora por qué el lenguaje es importante en situaciones SC.

Frente a la propuesta de ejercicio anticipado, el alumno debe entrar en sintonía comunicativa con el adulto o con el compañero más hábil que le ha sido asignado como colaborador. Este último asume el papel de guía y arrastra consigo al menos experto, recurriendo a una explicación del proceso de solución que es en general afrontada simultáneamente. En este caso, adquiere gran importancia el lenguaje como intercambio social, aspecto que también Vygotsky (1931-80) estudió ampliamente.

En las dos situaciones SA y SC, en relación con el lenguaje, estamos de frente a lo que Vygotsky llama *lenguaje externo* (con función de comunicación y, por tanto, destinado a otra persona con la intención de hacerle entender):¹

- en la situación SAm, el lenguaje externo es usado al final del proceso resolutorio para comunicar al adulto entrevistador cual fue la modalidad seguida para la resolución, (casi) siempre de tipo práctico, heurístico: la explicación de aquello que él *hizo*;
- en la situación SCm, el lenguaje externo permite un intercambio entre alumno y adulto o coetáneo más hábil; el segundo da indicaciones al primero y el primero comenta, solicita etc.

Los dos usos del lenguaje externo son en ambos casos de la categoría *diversas formas de discurso*, una de las cuatro categorías en las cuales

¹ A tal *lenguaje externo*, Vygotsky contrapone un *lenguaje interior* que no tiene función comunicativa y que es por tanto perceptible sólo por quien lo usa.

Duval (1996-97) categoriza el término “lenguaje”.² Las *diversas formas de discurso* son, según Duval, por ejemplo: narración, conversación, explicación, ... Nosotros agregamos: descripción de un hecho, de un objeto, de un proceso, solicitud de explicación, ...

2. Problemas de investigación

Antes de continuar, declaramos que, en el caso del *problem solving colaborativo* (SC), hicimos siempre la elección de proponer como colaborador del alumno que participaba en la investigación no un adulto, sino un compañero que había alcanzado éxito en la actividad. Es presumible que, cambiando esta variable, parte de los resultados de la investigación pueden cambiar.

Uno de los objetivos de esta investigación (si queremos, secundario) era el de proponer ejercicios anticipados a distancias diversas solo para recoger tipologías de comportamiento resolutivo en el ámbito de *problem solving* en este tipo de situación.

El primer problema de investigación que nos pusimos fue el siguiente:
P1. ¿Es verdad que si existe una presencia positiva de procesos de motivación – volición, entonces los porcentajes de SAM y de SCm superan ampliamente aquellos de SAn y de SCn respectivamente?.

[Somos conscientes del hecho que para declarar “positiva” la presencia de procesos de motivación – volición se necesitarían definiciones objetivas; pensamos que, actualmente, es imposible, por lo menos para nosotros, definir la “medida” de dicha “positividad”: nos limitamos a evidenciar este aspecto gracias a las entrevistas efectuadas antes, durante y después de las pruebas, más en modo cualitativo que cuantitativo. Daremos algunos ejemplos].

Sigamos enumerando los problemas de investigación:

² Las otras son: *lengua* (sistema semiótico con funcionamiento propio), *función general de comunicación*, *uso de (cualquier) código*.

P2. ¿Qué influencia tiene la distancia sobre el hecho de que el resolutor pertenezca a una de las tipologías SAm, SAn, SCm, SCn?. Es decir: ¿es verdadero (o falso) que a mayor distancia, le corresponde menor empeño?.

P3. ¿Se puede confirmar en modo significativo que, al final de las respuestas en el ámbito SAm, se den en preponderancia explicaciones lingüísticas de tipo operativo, relativamente al ejercicio anticipado propuesto?.

P4. Si ante una situación SAm y SCm el individuo encuentra alguna dificultad, ¿está en grado de preguntarse: «¿Qué es lo que no sé?, ¿Qué es lo que debería saber para poder resolver este problema?.»?. Esta pregunta de investigación tiene un sentido específico. Dado que el ejercicio anticipado conserva su naturaleza de ejercicio y el estudiante entiende (por definición) el texto (o por lo menos el sentido) y la pregunta (o por lo menos el sentido), podría suceder que el estudiante, aquí más que en otra situación, se haga una pregunta de carácter metacognitivo de este tipo.

P5. ¿Qué tipo de intercambios lingüísticos comunicativos existen entre un alumno y su colaborador (compañero más hábil) en situación SCm?. ¿Es posible caracterizar dicho lenguaje de alguna forma?

P6. Supongamos que el estudiante considerado menos capaz, después de una situación SCm, al final haya obtenido éxito. En este punto le proponemos un ejercicio anticipado del mismo tipo, pero en situación autónoma SA. Nos preguntamos: ¿un resultado positivo en colaboración puede ser considerado como la base de un aprendizaje autónomo?. Si así fuese, por lo menos para la competencia en juego, ¿la distancia se ha anulado?; dicho en otras palabras, ¿para la competencia en juego la zona potencial se ha convertido en efectiva?

Se decidió hacer la investigación solo con niños de tercero de primaria considerándolos suficientemente competentes para saber leer un texto en forma autónoma y poseedores de competencias matemáticas básicas sobre las cuales sustentar la propia actividad resolutoria.

Además, la edad de los niños de este grado es tal que resulta bastante fácil crear situaciones motivadoras que permitan inducir procesos de volición. Es presumible que una elección diversa de la variable *edad* pueda condicionar los resultados de la investigación, incluso modificarlos. Por ejemplo, nos dicen los colegas maestros de escuela media y superior (alumnos de 14-19 años) que es más complejo motivar estudiantes de secundaria a asumir actividades que no pertenezcan a las normales *rutinas* de clase. Resta por tanto la necesidad de efectuar pruebas con alumnos de grados superiores, aspecto al cual nos comprometemos nosotros mismos, salvo que otros investigadores deseen asumirse el trabajo.

3. Hipótesis de la investigación

H1. En relación con el problema de investigación **P1**, nuestras expectativas eran decididamente positivas. En situación motivadora, se suponía que se hubiesen creado procesos de volición tales de impulsar los sujetos examinados a asumir actitudes de resolución y a no rechazar la propuesta de los ejercicios anticipados solo porque presentaban cuestiones aún no asumidas en el trabajo de aula.

H2. En relación con el problema de investigación **P2**, la respuesta que esperábamos era positiva: a mayor distancia mayor es la renuncia a seguir el ejercicio anticipado; pero, sin embargo, teníamos la convicción que un ambiente positivamente motivador habría podido reducir la entidad de tal renuncia. En resumen, esperábamos que, de alguna forma, gracias a una buena motivación, tal renuncia no fuera tan evidente.

H3. En relación con el problema de investigación **P3**, estábamos convencidos que el trabajo autónomo sobre un ejercicio anticipado en buenas condiciones motivadores produjera básicamente trabajo operativo concreto, y no formal, y que, en consecuencia, a la pregunta del investigador sobre cómo fue encontrada la solución, los sujetos respondieran en un gran porcentaje simplemente reproduciendo su “hacer” en forma lingüística.

H4. En relación con el problema de investigación **P4**, nuestra expectativa era a favor de una cierta presencia de aspectos metacognitivos, influenciados a lo sumo por el coloquio con el investigador, quien hubiera podido hacer directamente preguntas del tipo: «¿Cuando has leído el texto, qué te has preguntado?»; o: «¿Por qué no sabrías responder?». La idea base era la siguiente: intentar de hacer emerger en forma autónoma declaraciones sobre preguntas que el resolutor se hubiera planteado acerca de su propio conocimiento (en positivo o, mejor aún, en negativo) en el momento en el cual asumió la responsabilidad del proceso de resolución.

H5. En relación con el problema de investigación **P5**, teníamos la certeza que, con una buena comunicación, en el interior de una situación colaboradora, los dos estudiantes (el experto y el menos experto) habrían tenido intercambios lingüísticos interesantes; esperábamos que estos intercambios estuvieran caracterizados por preguntas del segundo al primero y de explicaciones (es decir afirmaciones) del primero; por tanto, de la categoría “diversas formas del discurso” de Duval. Esperábamos que se pudiese caracterizar este lenguaje como “colaborador” en el sentido que los dos dialogantes habrían mostrado, en su actitud lingüística, exactamente los papeles que nosotros les habíamos asignado.

H6. En relación con el problema de investigación **P6**, nuestra expectativa era positiva; es decir, esperábamos tener una explícita confirmación empírica de la hipótesis según la cual un aprendizaje colaborador subordinado en una situación SCm produce aprendizaje autónomo, es decir en situación Sam. Ahora bien, no parece del todo posible poder declarar en modo riguroso que, a través SCm, se anticipe una parte cognitiva de la zona potencial, transformándola en efectiva; y sin embargo, ésta era nuestra expectativa, al menos en parte.

4. Metodología de la investigación

Fueron elaborados algunos textos, con la importante ayuda de colegas maestros de escuela elemental y media, cada uno de los cuales elegido en un determinado nivel escolar, nivel que venía confirmado por los mismos colegas; cada texto debía representar, en el ámbito al cual se refería, un ejercicio.

La metodología adoptada fue la siguiente.

Tomamos como grupo de trabajo 3 cursos de tercero de primaria, para un total de 48 niños (en realidad se trataba de un total hipotético de 51 niños, pero durante los días destinados a las pruebas 3 estaban ausentes). Las pruebas fueron efectuadas en la escuela elemental “Villaggio Kennedy” de Perugia por Ines Marazzani y en la escuela elemental “Iqbal Masih” de Lido Adriano (Ra) por Giuliana Liverani (a quienes les agradecemos su gran profesionalidad). Todas las pruebas fueron realizadas en clases donde la titularidad no era de las maestras que realizaban la prueba.

Se empleó en cada caso todo el tiempo necesario para entrar en sintonía con los alumnos y crear un clima de confianza. Después se creó un ambiente de fuerte motivación para buscar una solución del ejercicio “de los niños más grandes”, como en un desafío importante. No entramos en detalles sobre “cómo” esto fue posible; lo que cuenta es que, según nuestra opinión, el ambiente motivador fue alcanzado (más adelante veremos la confirmación de esta afirmación con declaraciones elegidas entre aquellas expresadas por los niños durante las entrevistas).

En cada clase, los niños eran invitados a resolver un ejercicio anticipado. Se disponían de los textos que ilustraremos más adelante; éstos eran distribuidos en forma aleatoria a los estudiantes.

La verificación de P1 [¿Es verdad que si existe una presencia positiva de procesos de motivación – volición, entonces los porcentajes de SAm y de SCm supera ampliamente aquellas de SAn y de SCn respectivamente?] fue hecha simplemente contando los casos de aceptación de la tarea y los casos de rechazo. Se entrevistaron los niños, para conocer las motivaciones que los habían llevado a hacer esta elección y para tener informaciones sobre el ambiente de motivación creado. Tal verificación fue hecha en la totalidad de los 48 alumnos (de ellos, un solo alumno ha declarado de no desear participar en las pruebas y se excluyó personalmente).

La verificación de P2 [¿Es verdad, o no, que a mayor distancia le corresponde menor empeño?] se obtenía por confrontación con el análisis precedente.. La verificación se hizo sobre 47 alumnos.

La verificación de P3 [¿Se puede confirmar de forma significativa que, en la fase final de las respuestas en ámbito SAm, se den en preponderancia explicaciones lingüísticas de tipo operativo, relativamente al ejercicio anticipado propuesto?] se obtenía gracias a entrevistas individuales efectuadas sobre estudiantes que habían trabajado de forma autónoma, dando respuestas de un cierto interés. Tal verificación fue hecha entrevistando 30 alumnos.

Cuando los estudiantes terminaban su trabajo, se verificaba si, para un determinado ejercicio anticipado, se daban resultados positivos (el estudiante había afrontado de alguna forma el problema) o negativos (el estudiante después de algunas pruebas, abandonaba). En este punto se formaban parejas de un alumno que había renunciado, o que no había logrado dar una respuesta, y un compañero más hábil, elegido porque había afrontado correctamente el mismo ejercicio. Se pasaba, por tanto, de situación SA a SC. Como habíamos dicho, pudimos analizar 47 casos de SA, mientras logramos analizar sólo 4 casos de SC (4 parejas, es decir 8 alumnos). Varias de las otras parejas que habíamos formado o no llevaron a terminó la tarea o se alejaron de ésta.

La verificación de P4 [en el cual nos interrogábamos sobre consideraciones de carácter metacognitivo de parte del estudiante] se obtenía, gracias a entrevistas individuales efectuadas a estudiantes que habían trabajado ya sea en forma autónoma, ya sea en forma colaboradora, eligiendo aquellos estudiantes que, al menos al inicio, habían manifestado dificultad. Tal verificación fue hecha entrevistando los 4 alumnos “menos capaces” de las 4 parejas precedentes.

La verificación de P5 [donde se buscaba analizar los diferentes tipos de intercambios lingüísticos comunicativos entre el alumno y su colaborador más hábil en situación SC y, si es posible, caracterizar de

alguna forma dicho lenguaje] fue hecha registrando todos los 4 coloquios SC y después escuchándolos y analizándolos cuidadosamente.

La verificación de P6 [¿Un resultado positivo colaborador SCm puede ser considerado como la base de un aprendizaje autónomo? Por tanto, ¿para dicha competencia en juego, la zona potencial se ha convertido en efectiva?] fue hecha como a continuación se describe. De las 4 parejas que trabajaron en situación SC, consideramos que 3 casos se podrían determinar como positivos. Entregamos entonces, a los tres alumnos “menos capaces” de cada pareja, un ejercicio anticipado, diferente de aquel que había sido objeto de trabajo con el compañero más hábil, pero con la misma distancia y del mismo tipo [para esta elección, seguimos las indicaciones de los maestros expertos; algunos de los ejercicios propuestos están reportados más adelante]. Se hicieron por tanto 3 pruebas seguidas siempre de entrevistas. [En realidad, además de las 4 parejas que definimos precedentemente como “analizadas con mucho rigor”, trabajaron en situación SC otras parejas; pero, dado que algunas de estas se dispersaron en el proceso, no las estudiamos en forma científicamente atendible. Sin embargo, algunas de estas contribuyeron a dar una respuesta a la pregunta de investigación P6 y por tanto estas informaciones serán utilizadas].

Los textos de los ejercicios anticipados que habíamos usado son los siguientes, presentados en distancia creciente.

Test

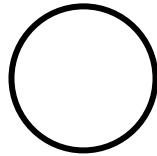
Ejercicios anticipados de distancia 1 respecto al 3º grado de escuela primaria.

Test 1.1

Un comerciante compra mercancía y gasta 100 euros; si desea una ganancia de 40 euros, ¿a cuánto debe revender la mercancía?.

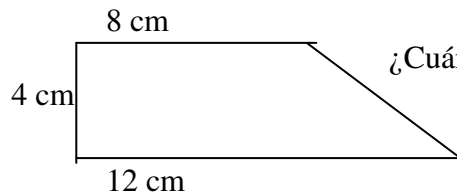
Ejercicios anticipados de distancia 2 respecto al 3° grado de escuela primaria.

Test 2.1



¿Cuántos cms mide el contorno de la figura?.

Test 2.2



¿Cuánto mide la superficie?.

[Dicha figura estaba realizada en papel blanco y las medidas aquí indicadas eran exactamente iguales a las presentadas en el dibujo; esto se hizo así porque entre las estrategias esperadas estaba precisamente el que los alumnos hicieran la cuadratura de la superficie para luego contar los cuadrados internos].

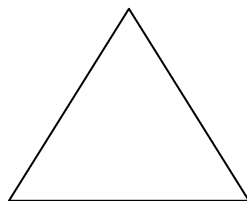
Test 2.3

Calcula cuánto vale la siguiente expresión:

$$[(5-2)\times 3]+[2\times(3-1)]$$

[Es verdad que en tercero de primaria los alumnos aún no conocen la sintaxis de la escritura aritmética; sin embargo no se excluye el hecho que algún niño pueda intuir el orden de las operaciones, más por la concatenación de los paréntesis que no por la prioridad establecida universalmente. Además, hacemos notar que se evitaron los casos en los cuales se debe establecer la prioridad entre operaciones sin paréntesis].

Test 2.4



Mide el área de este triángulo que tiene todos los lados iguales.

10 cm

Test 2.5

Un televisor cuesta 400 euros, pero se vende con el 25% de descuento, es decir por cada 100 euros se ahorran 25 euros. ¿Cuánto se debe pagar para comprar dicho televisor?.

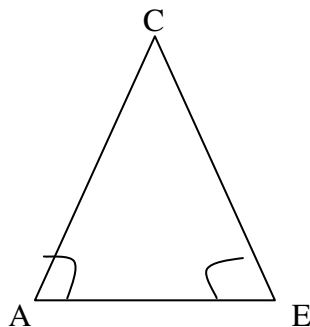
Ejercicios anticipados de distancia 5 respecto al 3º grado de primaria.

Test 5.1

Para pegar 100 baldosas un albañil emplea 6 horas; ¿cuántas horas empleará, si debe pegar 300 baldosas?.

Ejercicios anticipados de distancia 6 respecto al 3º grado de primaria.

Test 6.1



Los lados AC y EC son iguales.
¿Cómo se puede demostrar que los ángulos \hat{A} y \hat{E} son iguales?.

Ejemplo de test de control.

Test de control para 1.1

Para surtir una floristería se compran rosas por 120 euros. ¿A cuánto se deben vender si se desea obtener una ganancia de 20 euros?.

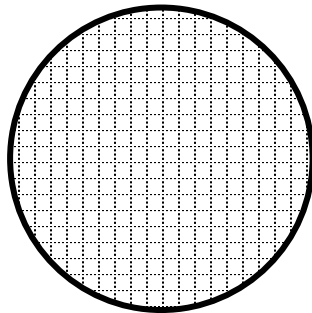
Un vendedor de fruta adquiere cajas de fresas por 150 euros. ¿A cuánto debe vender las cajas de fresas si desea una ganancia de 200 euros?.

Test de control para 2.1

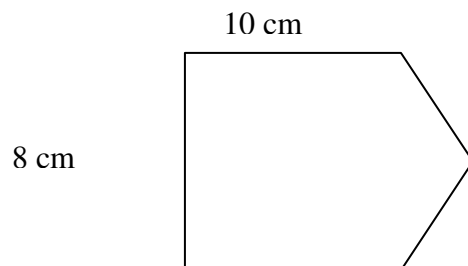
Lucas, siguiendo el borde de un vaso con el lápiz ha dibujado en su cuaderno la circunferencia que te presentamos. ¿Cuánto mide la circunferencia que ha dibujada Lucas?.

(Se le entrega una hoja con el dibujo de una circunferencia).

Una modista debe bordar el centro de raso de la forma dibujada. ¿Cuántos centímetros de hilo se necesitan para delinear el borde?.



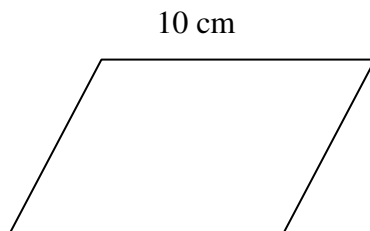
Test de control para 2.2



¿Cuánto mide la superficie?.

10 cm

Test de control para 2.2



¿Cuánto mide la superficie?.

Test de control para 2.3

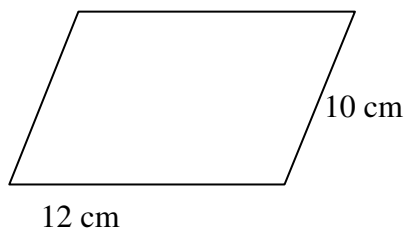
Calcula la siguiente expresión

$$[(11 \times 3) - 5] + [(4 + 3) \times 2]$$

Calcula la siguiente expresión

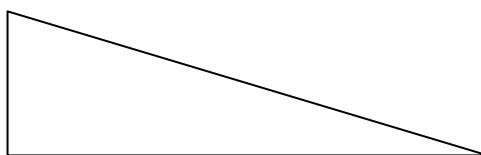
$$[(24 \div 6) + 4] \times [(42 \div 7) - 5]$$

Test de control para 2.4



Mide el área de este paralelogramo.

Mide el área de este triángulo que tiene los tres lados de diferente medida.



Test de control para 2.5

Una falda cuesta 100 euros, pero se vende con el 50% de descuento, es decir, por cada 100 euros el cliente se ahorra 50. ¿Cuánto debe pagar quien compra esta falda?

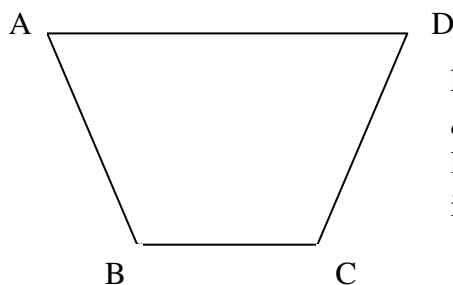
Una bicicleta cuesta 200 euros, pero se vende con el 15% de descuento, es decir, por cada 100 euros el cliente se ahorra 15. Bajo estas condiciones, ¿cuánto debe pagar el cliente que compra esta bicicleta?

Test de control para 5.1

Marcos se entrena todos los días en atletismo; para correr 100 metros emplea 20 segundos; ¿cuántos segundos empleará para correr 400 metros, suponiendo que vaya con la misma velocidad por todo el trayecto?

Para preparar 50 pasteles a la crema, un pastelero emplea 2 horas; si debe preparar 400 pasteles, ¿cuántas horas empleará?

Test de control para 6.1



Los lados AB y CD son iguales.
¿Cómo se puede demostrar que los ángulos \hat{A} y \hat{D} son iguales?

5. Resultados de la investigación, discusión de los resultados y respuestas a las preguntas de investigación

En relación con la pregunta de investigación P1, de los 48 alumnos involucrados en la actividad, solo 1 ha rechazado la invitación a participar (aunque por todo el tiempo estuvo observando lo que sucedía a su alrededor). Su declaración fue la desconfianza en sus propias posibilidades para afrontar tareas presentadas como pertenecientes a clases sucesivas.

Por tanto 47 niños, oportunamente involucrados, pasando de la motivación a la volición, se empeñaron (con mayor o menor éxito) en el proceso de solución de problemas que están fuera de su labor escolar cotidiana y que pertenecen por derecho a ejercicios de niveles escolares posteriores.

Por tanto, la respuesta a la pregunta de investigación P1 es positiva y coincide con nuestras expectativas.

Con respecto a P2, se tiene la seguridad que una buena motivación garantizó la aceptación del desafío; en su conjunto, los 47 niños involucrados mostraron explícitamente el gusto de afrontar pruebas que están más allá de sus competencias; es más, en varias ocasiones pidieron continuar avanzando. Esto, tanto en la situación SA como en la situación SC.

Nuestra hipótesis H2, por tanto, fue desmentida en su posición objetiva, pero confirmada donde suponíamos que una buena motivación habría podido remediar el temor, reduciéndolo. Así fue, gracias ciertamente al óptimo trabajo de las dos investigadoras que condujeron la prueba.

Con respecto a P3, los comentarios de los alumnos en lo relacionado con la realización de las pruebas son del todo operativas: «Mire como lo hice», «Mire, lo que hice fue...», «Así fue como lo hice», ... No existe por tanto forma alguna de generalización en lo que respecta a la ejecución, solo una única y simple repetición de las fases de ejecución.

Esto confirma completamente nuestra hipótesis H3.

Con respecto a P4, necesitamos hacer una profunda distinción que no habíamos previsto .

En situación SA, el estudiante no se pone, en general, en prospectiva metacognitiva; si el ejercicio anticipado era resuelto (bien o mal, esto poco importa) entonces era simple («Lo puede hacer», «Era fácil», ...); incluso una vez visto, con el entrevistador, que la solución no era correcta, el estudiante no se plantea problemas de tipo metacognitivo y, si se enfrenta a la pregunta del entrevistador, escapa a esta modalidad y se refugia detrás de un simple «No lo supe hacer», «No sabía qué hacer»,... incluso si, por el contrario, una respuesta (aunque errada) había sido dada.

La situación SC cambia completamente las cosas. El estudiante se interroga sobre qué (o qué no) ha funcionado y, en varias ocasiones, lo pide él mismo al propio compañero más hábil, o lo confiesa, o lo confirma, incluso de forma autónoma.

Una comunicación entre pares favorece ampliamente la disponibilidad del alumno a plantearse problemas metacognitivos; una comunicación con el adulto lo lleva a atrincherarse detrás de razones banales. En el caso del contacto con el compañero, se tiene la clara impresión que el menos capaz desea justificar su propio fracaso dándole un motivo; en el caso del contacto con el adulto, parece que esto no tenga importancia.

Con respecto a P5, el lenguaje usado entre el menos y el más capaz, en las parejas, es absolutamente caracterizable a la Duval (1996 -7) según la tipología “diversas formas de discurso” ya descritas por nosotros al final del apartado 1.5., en modo colaborador. La cuestión es de una evidencia total y se verifica también en lo que tiene que ver con sujetos poco propensos a esta forma de intercambio lingüístico en general, como nos aseguran los maestros titulares de las clases.

Antes de seguir, deseamos confirmar la gran volición de parte de los niños tanto en situación SA como en situación SC para afrontar las tareas propuestas.

Con respecto a P6, en fin, las pruebas hechas fueron demasiado pocas para poder afirmar con seguridad que el haber hecho una tarea en situación SC, de parte de un alumno que antes no había tenido éxito,

en compañía con un compañero más capaz que antes había obtenido un resultado positivo, haya creado conocimiento. De cierto, 3 niños de los 4 que participaron correctamente en la prueba, supieron realizar con evidente y total seguridad un nuevo ejercicio anticipado de tipo análogo al que antes no había obtenido éxito. (En realidad, como lo habíamos ya dicho, las pruebas positivas fueron más de las 4 aquí descritas, pero no podemos tenerlas en cuenta ya que las fases previstas y descritas por nosotros no fueron seguidas del todo correctamente; sin embargo, los resultados “clamorosos” de niños que, después de no haber tenido éxito en situación SA, conducidos de la mano en SC, obtuvieron resultados positivos, fueron más del 75%).

Como una forma de confirmación de lo anteriormente dicho, he aquí lo que dice un niño de los 3 que consideramos anteriormente:

Diego:

«Es fácil, entendí todo. Sabe, maestra, yo vengo de Ecuador y muchas veces aún no entiendo, pero esta vez ¡entendí todo!. Me divertí tanto porque son ejercicios difíciles, no como aquellos de la escuela que no los entiendo. Aquí debo pensar y no hacer solo lo que la maestra me dice, aquí puedo hacer como quiero yo»;

después de esta declaración, se ofrece para ayudar a una niña (perteneciente a otra pareja) que no había logrado resultado positivo: en este punto, siente que puede pertenecer al grupo de “compañero más capaz”.

6. Conclusiones y notas didácticas

El fin último de la investigación empírica es, según nuestra opinión, intentar de aprovechar los resultados para modificar o al menos influenciar la práctica de aula en sentido positivo.

De estas pruebas resulta más que evidente que se necesita analizar las unilaterales metodologías didácticas maestro–alumno, aprovechando aún más la colaboración entre compañeros.

Además, el temor que tienen a veces los maestros de proponer tareas que podrían no ser resueltas positivamente por parte de los alumnos, parece ser injustificado; si el motivo de este temor está ligado a la posible desilusión del estudiante que no alcanza el éxito esperado,

basta intervenir, como aquí se ha mostrado, sobre el proceso de motivación y de volición. No lograr resolver un problema difícil no es visto como un resultado negativo y puede ser el estímulo para trabajar en pareja, para construir conocimiento.

Naturalmente esta elección metodológica debe modificar ciertas convicciones del maestro sobre el currículo y sobre la evaluación.

Por lo que respecta al currículo, se necesita que sea considerado como un instrumento dúctil, que se adecue a las elecciones de aula y no, al contrario, que las condicionen, como, de otra parte, sugieren los estudios más modernos (Fandiño Pinilla, 2002).

Por lo que respecta a la evaluación, no lograr éxito en una tarea no se consideraría como algo negativo, sino como un precio a pagar por la construcción del conocimiento; es la mejor forma para cambiar la idea de evaluación, ampliándola no solo al alumno, sino al currículo y a la eficacia de la acción del maestro, cuanto menos (Fandiño Pinilla, 2002).

En todo esto, parece tener un papel teórico excelente el análisis de la situación de aula, que parten del triángulo de la didáctica y de las reflexiones más maduras posibles al respecto (D'Amore, 2004; D'Amore, Fandiño Pinilla, 2002).

7. Cómo los niños resuelven los ejercicios anticipados propuestos

Nada tiene que ver con la investigación; sin embargo, podría despertar curiosidad en algún lector saber *cómo* los alumnos resolvieron los test propuestos.

Haremos por tanto un rápido recorrido con el único fin de satisfacer esta curiosidad.

Test 1.1.

Muchas fueron las respuestas equivocadas; casi todos los que se equivocaron, en lugar de hacer la adición $100+40$, efectúan la

sustracción; no faltaron, sin embargo, quienes hicieron 100÷40. Quien no sabe qué hacer, dibuja; tenemos 3 dibujos (sobre 47 alumnos) de personajes y de casas (!). En varios casos el carácter abstracto de la mercancía se concretiza; por tanto el comerciante vende y compra artículos bien precisos. En un caso, el resultado 140 indica «las personas que deben comprar».

Una nota; el mayor porcentaje de errores se concentró en una clase en la cual rige el contrato explícito de resolver problemas atendiendo a formalidades, escribiendo primero los datos “útiles” y después los datos “superfluos” (que un niño escribe: “superfilos”), una confirmación más del daño que este tipo de obligación poco natural crea en el alumno. La concentración de los niños se centra toda en este aparato “formal” y deja de lado el sentido lógico de lo que se debería hacer (y por lo cual su trabajo será evaluado).

Test 2.1.

La prueba fue superada (de alguna forma) por la mitad o poco menos de los alumnos, en el sentido que ellos “inventan” alguna modalidad para efectuar la medida de la circunferencia. La mayor parte extiende un hilo y después lo mide rectificándolo (obteniendo todo tipo de resultados). Muchos fueron quienes midieron sin ningún criterio, por ejemplo subdividiendo la circunferencia en partes para después simplemente contarlas. Hubo quien cuenta cuantas veces la punta del lápiz está sobre la circunferencia. Hubo quien traza dos diámetros perpendiculares y da la medida de “ancho” y “largo” (con poca relación con la realidad, tanto que un niño declara que estas medidas son respectivamente 2 y 3 kilómetros). Y así muchos otros casos. Hay quien recuerda de haber usado la imagen del círculo para introducir las fracciones y afirma que la circunferencia mide $\frac{2}{3}$.

Test 2.2.

Este fue uno de los test que causó mayor dificultad; las medidas efectuadas y/o declaradas parecen ser casuales, incluso cuando los niños se comportaron según nuestras previsiones, cuadriculando de cualquier forma la parte de la hoja contenida dentro de la figura. Pocos fueron los niños que contaron los cuadrados, pero de estos casi todos dejaron de considerar las secciones donde no había un cuadrado completo o, al contrario, las contaban como si fueran completas. Pero,

la idea de superficie es muy distinta de aquella de perímetro, aunque la terminología no es exacta, (la superficie es, por ejemplo, «la parte que está dentro»). Muchos fueron los niños que midieron los lados del cuadrilátero e hicieron la suma.

Test 2.3.

Paradójicamente, este test, que usa convenciones aún no conocidas en la escuela primaria, fue objeto de atracción y de curiosidad y, en suma, tuvo una aproximación nada negativa.

El error más difundido es que, en el primer sumando las cosas proceden bien:

$$5-2=3$$

$$3 \times 3 = 9$$

pero después, a este 9 se le suma el 2 y no se efectúa el cálculo análogo dentro del paréntesis cuadrado del segundo sumando.

Solo un niño de todos los 47 declara no entender que debe hacer y que «los números son demasiado difíciles».

Test 2.4.

Totalmente fuera del alcance de los niños del 3º grado de primaria. Entre las respuestas se encontró de todo.

Test 2.5.

Porcentaje muy bajo de respuestas exactas, calculadas de diversas formas. Entre estas, hay quien resta 25 4 veces partiendo de 400; quien hace 25×4 y después lo resta de 400; quien resta de 100 el descuento de 25 4 veces, obteniendo 75, que después multiplica por 4. Los errores de solución van del «No entiendo», al «400 euros», al dibujo de un televisor, al $400+25$ etc.

De hecho, quienes se agarran a las formalidades para evidenciar datos y cosas del mismo estilo, no resuelve el problema y efectúa cálculos al azar.

Test 5.1.

Es frecuente la respuesta correcta 18, obtenida multiplicando 6 por 3, lo que significa que se inclinan por un razonamiento intuitivo más que por el cálculo. Hay quien intenta explicar el razonamiento.

Todos los niños que tienen la tendencia a trabajar siguiendo formalidades no logran un resultado positivo. Una de las preguntas que se ponen siempre por escrito dentro de la casilla coloreada, es: «¿Cuáles son los) Datos que faltan?». No entendemos cómo se pueda responder a una pregunta hecha de esta forma, evidentemente establecida por contrato explícito, dada la frecuencia con la que aparece en todos los alumnos.

Test 6.1.

Contrariamente a lo que podríamos esperar, la palabra “demostrar” se interpreta, de forma bastante correcta, como una “justificación”; cierto NO se encuentra ninguna demostración en el sentido adulto, pero sí un gran número de niños intentan explicar cómo podría justificarse tal afirmación: midiendo los ángulos (especialmente en centímetros, pero también en grados), midiendo los lados, calculando etc.

Por lo que respecta a los test de control, los resultados positivos son mucho más altos; de otra parte la pareja esta dirigida por un niño que ya había logrado dar una respuesta correcta en la tarea.

Por último, no presentamos los test que fueron necesarios para responder P6, es decir si el haber trabajado en situación SC produjo aumento del conocimiento, porque fueron del todo análogos a los ya reportados.

Bibliografía

- D'AMORE B. (1992). «Novità nella didattica della matematica». L'educatore. 4, 62-67. [Primeras comunicaciones sobre el tema de los “ejercicios anticipados” son precedentes, como la efectuada por el autor en el VI *Incontro Internuclei della Scuola Elementare*, Garda, 11-13 abril 1991].
- D'AMORE B. (1997). Problemas. Pedagogía e psicología de la matemática en la actividad de problem solving. Madrid (España), Síntesis. [La primera edición de este libro en italiano es del 1993].

- D'AMORE B. (2004). Elementos de didáctica de la matemática. México D.F. (México), Grupo Editorial Iberoamérica. [La primera edición de este libro en italiano es del 1999].
- D'AMORE B, M. I. FANDIÑO PINILLA (2002). «Un acercamiento analítico al “triángulo de la didáctica”». Educación Matemática. 14, 1, 48-61.
- DUVAL R. (1996-97). «Représentation et représentations». Séminaire U.D.R. et F.F. No publicada..
- FANDIÑO PINILLA M. I. (2002). Curricolo e valutazione in matematica. Bologna (Italia), Pitagora.
- PELLEREY M. (1993). «Vollí, sempre vollí, fortissimamente vollí. La rinascita della pedagogia della volontà». Orientamenti pedagogici. 6, 1005-1017.
- VYGOTSKY L.S. (1931-1980). Il processo cognitivo. Torino (Italia), Boringhieri. En español: Vygotsky L.S. (1977). *Pensamiento y Lenguaje*. Buenos Aires (Argentina), La Pléyade.

Los autores agradecen al Colega y Amigo Juan Díaz Godino por su lectura crítica hecha a este trabajo antes de su edición.