

Epistemologia, sociologia, semiotica: la prospettiva socio-culturale

Publicato su: *La matematica e la sua didattica*, 1, 2005, 73-89.

Giorgio T. Bagni

Dipartimento di Matematica e Informatica
Università di Udine

Bruno D'Amore

Dipartimento di Matematica
Università di Bologna

Sunto. Nel presente lavoro si propone un'analisi dell'impostazione teorica proposta da L. Radford a proposito dell'interpretazione da dare all'idea di "ostacolo epistemologico", sulla quale può essere basato un collegamento significativo della storia alla didattica della matematica, attraverso l'epistemologia. L'approccio di Radford è a carattere sociologico e supera una posizione analitica e classificatoria; essa contribuisce a dare ragione degli avvenimenti d'aula e delle difficoltà degli allievi in aula, dunque aiuta a riconoscere i diversi ostacoli. Essa non intende indicare una "terapia", ma solo una "sintomatologia" nell'ambito di una "semiotica del linguaggio d'aula".

Summary. In this paper we propose a discussion of the theoretical framework by L. Radford concerning the interpretation of the idea of "epistemological obstacle", that can be considered as a basis for a meaningful link between History and Mathematics Education through Epistemology. Radford's approach is sociological and goes beyond analytical and classificatory purposes; it contributes to explain classroom's events and pupils' difficulties in the classroom, so it helps in recognizing the different obstacles. It does not suggest any "therapy", but just a "symptomatology" in the context of a "semiotics of the classroom's language".

Resumen. En este artículo se propone un análisis crítico de las teorías propuestas por L. Radford en lo concerniente a la interpretación que se puede dar a la idea de "obstáculo epistemológico", sobre la cual puede estar centrada una conexión significativa de la historia a la didáctica de la matemática, a través de la epistemología. La aproximación de Radford es de carácter sociológico y supera una posición analítica y clasificatoria; esta contribuye a explicar los eventos en el salón de clase y las dificultades de los alumnos dentro de este, lo cual ayuda a reconocer los diferentes obstáculos. Esta quiere indicar una "terapia", pero sólo una "sintomatología" al interior de una "semiótica del lenguaje del salón".

1. Introduzione

I processi di insegnamento–apprendimento della matematica sono chiaramente influenzati dalle concezioni dei docenti a proposito della natura della conoscenza scientifica e della sua evoluzione (Brickhouse, 1990; Hashweb, 1996). Appare dunque fondamentale che un insegnante di matematica, in ogni livello scolastico, si confronti direttamente (sia nelle fasi della sua preparazione professionale, sia nella pratica d’aula) con la storia e l’epistemologia della propria disciplina e che giunga ad impiegare i riferimenti storici consapevolmente e coerentemente con le proprie concezioni epistemologiche (Moreno, Waldegg, 1993; per la situazione italiana indichiamo: Speranza, Grugnetti, 1996; Bagni, Furinghetti, Spagnolo, 2004; D’Amore, Fandiño Pinilla, 2004; D’Amore, 2004; Tortora, 2004).

Secondo una celebre e ampiamente condivisa posizione di Freudenthal, imparare la matematica significa “reinventarla” (si descrive un processo denominato “mathematising”: Freudenthal, 1973; osserviamo che la tradizionale alternativa tra *scoperta* e *invenzione* viene ormai frequentemente elusa: Giusti, 1999; Grugnetti, Rogers, 2000; per quanto riteniamo che la problematica non si possa considerare del tutto esaurita) e ciò conferma che i ruoli delle componenti storica ed epistemologica nell’insegnamento meritano ancora un approfondimento specifico (D’Amore, 2004).

La considerazione di un concetto matematico attraverso la sua evoluzione storica (e dunque epistemologica) richiede però l’assunzione di posizioni epistemologiche impegnative e significative: la stessa selezione dei dati storici non è neutra (Radford, 1997) e problemi notevoli sono inoltre connessi alla loro interpretazione, inevitabilmente condotta alla luce dei nostri attuali paradigmi culturali (spesso rilevanti sono inoltre le concezioni degli studiosi che, nei vari periodi storici, hanno curato le edizioni delle opere considerate: Barbin, 1994), mediante i quali si pongono in contatto culture “diverse ma non incommensurabili” (Radford, Boero, Vasco, 2000, p. 165).¹

- Un’evoluzione storica proposta didatticamente da un punto di vista unicamente moderno non sarebbe forse radicalmente inaccettabile (mentre ribadiamo la nostra perplessità di fronte ad

¹ Nel presente lavoro le traduzioni sono nostre.

un'interpretazione platonistica della storia in senso assoluto: Bagni, 2004b); una tale concezione permette, ad esempio, di presentare agli allievi gli ostacoli epistemologici principali e di chiarire alcune posizioni storiche la cui debolezza si è rivelata successivamente (indicazioni importanti in: Sfard, 1991);

- d'altra parte un'impostazione che pretenda di far seguire allo sviluppo cognitivo un percorso modellato sull'evoluzione storica (ci riferiamo alle considerazioni di parallelismo tra ontogenesi e filogenesi, espresse da Ernst Haeckel nel lontano 1874, ed alla nota tesi formulata in: Piaget, Garcia, 1983) incontrerebbe non trascurabili difficoltà teoriche (già indicate peraltro in: Werner, 1948; si veda inoltre: Furinghetti, Radford, 2002).

La presentazione di elementi storici con riferimento al proprio contesto culturale offre la possibilità di un organico approfondimento e induce riflessioni fondamentali sulla genesi di un concetto: la scelta di una storia "interna", dunque di uno sviluppo isolato della matematica, appare problematica (Grugnetti, Rogers, 2000, p. 40) e quindi difficilmente sostenibile dal punto di vista epistemologico.

Sembra avere più interesse, al giorno d'oggi, una convergenza tra:

- una posizione squisitamente didattico-cognitiva, a carattere fortemente ingenuo, che accolga come ipotesi di base il costruttivismo della conoscenza più elementare, posizione basata sulle concezioni acritiche più diffuse;
- una posizione antropologica nella quale tutto viene riferito al rapporto personale all'oggetto matematico; tutto ciò nell'ambito di una teoria dell'apprendimento matematico che non sia caratterizzata da alcuna forma di preconetto teorico o ontologico.

Per proseguire su questa strada, seguiremo la via già intrapresa in D'Amore (2000, 2001a, 2001b, 2001c); in particolare, in D'Amore (2001a) si danno esempi, tratti dalla storia, dell'approccio che presenteremo.

Siano c_i le concezioni provvisorie, in un processo lineare ed evolutivo (almeno nel tempo) di assimilazione e di accomodamento, relativamente ad un oggetto matematico C . Occorre distinguere tra:

- c_i scientifiche di tipo istituzionale, che diremo accademiche (a), cioè quelle che la comunità scientifica (accademica) accetta come

pertinenti, significative e corrette; si tratta di $R(I(C))^2$ condivisi; le chiameremo c_i di tipo a;

- c_i cognitive di tipo istituzionale, che diremo scolastiche (s), dovute all'azione della scuola ed alla noosfera, cioè quelle che una persona costruisce o ha costruito a scuola; si tratta di $R(X(C))$ che possono essere anche non condivise; le chiameremo c_i di tipo s.

Le c_i di tipo a si differenziano da quelle di tipo s solo perché le seconde sono o più in ritardo rispetto alle prime (cioè: gli indici deponenti sono di valore numerico inferiore), oppure perché sono criticamente meno ricche e più basate su sensazioni, sul buon senso, legate ad applicazioni, meno soggette a ripensamento e riflessione critica, più legate a varie clausole del contratto didattico.

Il senso del processo didattico usuale, nella sua forma più ingenua, ma anche più diffusa, è di portare alla fine gli individui alla formazione di un concetto C che sia il culmine del processo evolutivo, *il* concetto, supposto esistente, di tipo a (o almeno il più vicino possibile ad esso).

Siccome però ogni concezione è in evoluzione storico-critica *perenne*, è impossibile valutare il raggiungimento di questo limite, soprattutto perché si potrà al più parlare di «oggetto acquisito dalla comunità scientifica fino ad ora» e non porsi nella situazione di dover prevedere il futuro di quell'oggetto. L' "oggetto" è quindi, in questa concezione, qualche cosa di ideale, di astratto, punto culminante di un processo perennemente in atto, del quale abbiamo solo un'idea limitata all'evoluzione storica ed allo stato attuale.

La formazione di C a partire dalla successione c_i può essere pensata secondo due modalità:

- **superposizione:** ogni concezione provvisoria c_{m+1} aggiunge ed integra la precedente c_m , cioè la comprende e le aggiunge qualcosa, sovrapponendosi ad essa:
- **accumulazione:** ogni concezione provvisoria c_{m+1} aggiunge qualcosa (in più) alla c_m precedente:

In realtà, si hanno spesso le due modalità mescolate all'un tempo.

² Si segue il simbolismo di Chevallard (1992).

Contrastano la corretta formazione dei concetti, agendo come ostacoli (conoscenze che hanno avuto successo in situazioni precedenti, ma che non “tengono” di fronte a situazioni nuove) a tale costruzione, vari agenti che, classificati da G. Brousseau negli anni ‘70–’80 (Brousseau, 1976, 1983 e 1989), nell’ultimo decennio sono stati fatti rientrare da L. Radford nelle “pratiche” sociali.

Nel presente lavoro proporrò un’analisi dell’impostazione teorica proposta da L. Radford a proposito dell’interpretazione da dare all’idea di “ostacolo epistemologico” (Bachelard, 1938)³, sulla quale può essere basato un collegamento significativo della storia alla didattica della matematica, attraverso l’epistemologia. A tale proposito sosterrò che:

- l’approccio di Radford è a carattere sociologico e supera una posizione puramente analitica e classificatoria;
- la classe è una minisocietà; quel che in essa conta è ciò che gli individui fanno: la conoscenza si produce, in una società, sulla base delle attività in essa svolte;
- la posizione di Radford contribuisce a dare ragione degli avvenimenti d’aula e delle difficoltà degli allievi in aula, dunque aiuta a riconoscere gli ostacoli;
- in tale impostazione non si vuol indicare una “terapia”, ma solo una “sintomatologia” nell’ambito di una “semiotica del linguaggio d’aula”.

2. L’approccio socio-culturale di Radford

Secondo l’impostazione teorica proposta da Luis Radford, la conoscenza è collegata indissolubilmente alle attività nelle quali i soggetti si impegnano (Radford, 1997, 2003a, 2003b), e ciò deve essere considerato in stretta relazione con le istituzioni culturali del contesto sociale di volta in volta considerato (Gadamer, 1975; si veda inoltre: Crombie, 1995, p. 232).

³ Certamente interessante è il collegamento con la posizione di Federigo Enriques: si veda l’articolo del 1942 a firma di Adriano Giovannini (lo pseudonimo che Enriques fu costretto ad usare a causa delle persecuzioni razziali durante il regime fascista: Enriques, 1942).

Radford sottolinea innanzitutto la specificità degli ambienti nei quali, nella storia, si è sviluppata la ricerca scientifica: «Un semplice sguardo alle varie culture nella storia mostra che ciascuna cultura ha avuto interessi scientifici propri. Inoltre, ciascuna cultura ha avuto modalità proprie di definire e di delimitare la forma e il contenuto degli oggetti della propria ricerca» (Radford, 1997, p. 30).

In tale situazione il ruolo della storia non può che essere interpretato con riferimento alle diverse culture (Vygotsky, 1990) e fornisce dunque una preziosa occasione per la ricostruzione critica dei contesti socio-culturali del passato (D'Ambrosio, 2002; inoltre: Tall, 1982; Bagni, 2004a). Ma la connessione tra ambiente culturale e matematica in esso elaborata non si limita ad una generica coincidenza di ambienti di applicazione e di scopi (Wartofsky, 1979); Radford afferma: «La configurazione e il contenuto della conoscenza matematica è propriamente ed intimamente definito dalla cultura nella quale essa si sviluppa» (Radford, 1997, p. 32).

La ricaduta didattica è immediata e del tutto significativa: «L'analisi storico-epistemologica può fornirci interessanti informazioni riguardanti lo sviluppo della conoscenza matematica all'interno di una cultura e attraverso culture diverse, nonché informazioni su come i significati sono sorti e cambiati; è necessario comprendere le negoziazioni e le concezioni culturali implicate da tali significati. Il modo in cui un'antica idea è stata forgiata può aiutarci a ritrovare quegli antichi significati che, mediante un'opportuna opera di adattamento didattico, possono probabilmente essere ridisegnati e resi compatibili con i moderni programmi scolastici» (Radford, 1997, p. 32).

L'impostazione di Radford può essere ulteriormente approfondita. In particolare, l'importanza del linguaggio è esaminata dettagliatamente: nelle moderne riflessioni in didattica della matematica, il confine tra *linguaggio* e *pensiero* sembra essere svanito, tanto che «non sapremmo più stabilire dove finisca uno ed inizi l'altro» (Radford, 2003a, p. 123).

Ma è necessaria una delicata ed accorta riflessione a proposito del ruolo del linguaggio nella formazione stessa dei concetti: «Negli ultimi anni [...] riscontriamo una chiara tendenza a considerare il linguaggio e il discorso alla stregua di produttori di conoscenza e di idee. Nonostante ciò, siamo autorizzati a porci la seguente domanda: possiamo davvero

attribuire al linguaggio questo potere di creare gli oggetti teorici del mondo degli individui?» (Radford, 2003a, p. 124).

È necessario essere molto prudenti nel formulare una risposta. Infatti, riferendosi a Ilyenkov (1977, p. 79), Radford sottolinea che «il linguaggio è *uno* dei mezzi di oggettificazione (sebbene sia molto importante), ma ne esistono anche diversi altri; inoltre [...] il linguaggio, come ogni altro sistema semiotico, opera all'interno di una rete culturale semiotica dalla quale grammatica e sintassi traggono i loro significati» (Radford, 2003a, p. 123).

Le precedenti citazioni confermano che la conoscenza, nell'impostazione teorica di Radford, non si produce in un rapporto esclusivo instaurato tra l'individuo e problema da risolvere, ma viene costruita socialmente. In questo dinamico approccio socio-culturale, ad un'impostazione unidirezionale di una costruzione della conoscenza ottenuta mediante avanzamenti che il singolo discente giunge ad ottenere, si sostituisce un progresso dialogico: «La comprensione che un discente ha della matematica è vista come un processo di appropriazione culturale intellettuale di significati e di concetti, nella direzione delle attività di discenti e docenti» (Radford, Boero, Vasco, 2000, p. 164).

Per quanto riguarda il ruolo primario dei simboli, Radford, partendo dalla *Legge genetica dello sviluppo culturale* di Vygotsky, la quale «collega, in termini decisivi, la cognizione umana all'uso dei segni nelle attività» (Radford, 2003b, p. 49), introduce i *Sistemi Semiotici Culturali* (CSSs) (Radford, 2003b) in cui sono considerate opinioni e credenze di una cultura, modalità di generazione dei significati etc. Ma anche l'uso del segno, di fondamentale importanza per quanto riguarda ogni fenomeno cognitivo, è da interpretare in termini sociali; Radford conclude (riferendosi anche a: Leontiev, 1981a, 1981b): «L'internalizzazione si collega strettamente all'uso del segno [...] ed una considerazione teorica dell'internalizzazione richiede un più ampio e ricco concetto di mediazione semiotica in grado di collegare l'internalizzazione alla struttura simbolica della società» (Radford, 2003b, p. 78).⁴

⁴ Molto interessante dal punto di vista didattico è l'approccio “voci ed echi” di P. Boero; esso si basa sulla considerazione di alcune espressioni sia verbali che non verbali (dette “voci”), riconducibili a momenti storici, che, su proposta del docente, possono essere considerate ed interpretate dai discenti (produrre pertanto altrettanti “echi”). Ciò può avvenire attraverso un *Gioco delle voci e degli echi*, con domande

3. Classe come società

La linea sostenuta da Radford è dunque centrata sulle azioni, sulle pratiche degli esseri umani, e chiaramente supera una posizione analitica e classificatoria.

Più specificamente, l'approccio al fatto storico non è centrato su di una sua (presunta) esistenza oggettiva in seno allo sviluppo della matematica, indipendentemente da fattori sociali, da attività umane, da processi semiotici e simbolici (Speranza, 1995). In Radford, l'attenzione è rivolta alla pratica dell'essere umano nella società, l'insieme delle sue esperienze, i problemi (da vari punti di vista) affrontati. Linguaggio, semiotica, ogni altro sviluppo a carattere espressivo, non sono che segni che esprimono attività dell'essere umano che è implicato, in base alle esigenze della società e della cultura in cui vive, a manifestare le proprie azioni creative. Non vengono dunque oggettivati i progressi del cammino della scienza, ma si fa direttamente riferimento alle attività, alle pratiche del comportamento umano all'interno di una società che esprime necessità e condizionamenti culturali.

Suggestionati e convinti dalle riflessioni di Radford (si vedano gli articoli fin qui citati) e di Godino, Batanero (1994), crediamo che la classe sia davvero una società specifica di individui la cui unità sociale sia dovuta alla effettuazione di "pratiche" definite e condivise. La classe, infatti, risponde ai tipici requisiti che i sociologi richiedono ad un gruppo di individui per poter usare la denominazione "società" (si veda ad es. Robertson, 1977).

Ma queste "pratiche" si possono dividere in due grandi categorie:

quali: *"Come X avrebbe potuto interpretare il fatto Y? Attraverso quali esperienze Z avrebbe potuto sostenere la propria ipotesi? Quali analogie e differenze puoi trovare tra quanto affermato da un tuo compagno di scuola e ciò che hai letto su W?"* (Radford, Boero, Vasco, 2000, p. 165). La posizione epistemologica che sta alla base di tale impostazione prevede che la conoscenza teorica sia organizzata secondo criteri metodologici di coerenza e di sistematicità (Vygotsky, 1990) e che fornisca specifici "modi di vedere" gli oggetti di una teoria; inoltre, che le definizioni e le dimostrazioni siano basate su strategie di pensiero collegate al linguaggio impiegato e alle tradizioni culturali (illustrata in: Radford, Boero, Vasco, 2000, p. 166; alcuni risultati sperimentali sono riportati in: Garuti, 1997; Lladò, Boero, 1997; Tizzani, Boero, 1997).

- quelle stabilite a priori per tale società (l'apprendere, lo stare insieme, il condividere attività, ...);
- quelle che nascono a causa del fine che tali attività si prefiggono di raggiungere (la competitività, le azioni relative al contratto didattico, quelle tese a far supporre a chi deve valutare abilità di fatto non possedute, ...).

Le prime sono attività codificate e dunque *funzionali* (Robertson, 1977); le seconde, che potremmo definire meta-attività, sono dovute alla specifica situazione, a carattere extra funzionale.

Ora, la sociologia insegna che vi sono varie possibilità di approccio scientifico al tema, ma noi abbiamo scelto di servirci dell'*approccio ecologico* (Hardesty, 1977) in quanto esso permette di analizzare gli aspetti culturali e delle pratiche condivise nel contesto dell'ambiente sociale complessivo nel quale una società è inserita (D'Amore, 1999). D'altra parte, la società "classe" vive nell'aula, ma questa non è isolata dal contesto "scuola", risente dei contesti "società" e "famiglia", non è immune da una condivisione di aspettative delle pratiche considerate tipiche dell'aula. In sociologia si parla spesso, in questi casi, di "organizzazione formale" (Robertson, 1977).

Considerato il sistema complesso appena descritto, dichiariamo anche che accettiamo l'idea ampiamente condivisa dai sociologi (Robertson, 1977) che la cultura altro non è se non uno dei mezzi di adattamento a tale ambiente complesso. D'altra parte, le pratiche degli individui appartenenti alla società sono connesse alle aspettative ed alle limitazioni poste dall'ambiente in cui vivono ed alle possibilità che esso offre. Dunque, le pratiche non sono libere, ma sono anzi fortemente condizionate dall'ambiente, sistemicamente inteso, come abbiamo proposto poc'anzi.

Da questo punto di vista, le pratiche (delle due categorie dette sopra) che si esplicano in aula rientrano in un sistema di adattamento degli individui (gli studenti) alla società, sotto la direzione (custodia, analisi, esemplificazione, tutela, valutazione, ...) di un altro individuo che l'istituzione sociale ha riconosciuto come suo rappresentante (l'insegnante).

Le pratiche che hanno la loro origine nell'insegnamento-apprendimento della matematica non sfuggono a queste categorie sociologiche, anzi: a nostro avviso le rafforzano. Così, i sistemi di pratica e le azioni in aula

risentono esattamente di quanto descritto fino ad ora; quel che è importante è ciò che gli individui fanno, nel contesto aula, all'interno del processo.

La sociologia ha imparato a distinguere tra “gruppi primari” e “gruppi secondari” a seconda, non solo del numero degli individui, ma soprattutto a seconda dell'interscambio e dell'interazione tra essi; così, una classe normale tende ad essere un gruppo secondario perché non è detto che tutti gli individui che ne fanno parte condividano esattamente gli stessi scopi ed abbiano le stesse prospettive; tra gli studenti della stessa classe, alcuni privilegiano le attività, le pratiche funzionali; mentre altri sono più propensi a quelle che abbiamo chiamato meta-attività.

Le due tipologie di pratiche sono apparentemente le stesse, ma sono condizionate invece da prospettive del tutto diverse. Per esempio, all'interno della stessa classe, alcuni studenti hanno come traguardo l'apprendere quel che è stato stabilito a priori come conoscenza da apprendere, altri l'apprendere il come influenzare il giudizio che chi valuta si farà (questo fatto non è tipico delle classi dei primi livelli scolastici, ma di tutti i livelli, ivi compresa l'università ed il post laurea). Ecco allora che, all'interno della classe (gruppo sociale secondario) si formano gruppi primari, insiemi ristretti di individui che condividono scopi e dunque interagiscono tra loro per il loro raggiungimento, secondo l'idea di “comportamento collettivo” (Robertson, 1977).

Nasce così l'idea di pratiche sociali condivise da “piccoli gruppi”. Quest'ultima dizione è termine tecnico in sociologia, messo in evidenza dagli studi di Georg Simmel negli anni '20, poi portato alla ribalta dopo gli anni '50 da Roland Bales e collaboratori (Bales, 1950, 1970; ma soprattutto Mills, 1967). Lo studio della sociologia dei piccoli gruppi ha portato molti frutti ed oggi si sa bene come funzionino le interazioni, come i singoli componenti si influenzino l'un l'altro.

Quel che a noi preme, qui, è affermare che le pratiche individuali dei membri dei piccoli gruppi sociali secondari che agiscono in base ad un comportamento collettivo sembrano essere univoche e ripetitive, condivise; dunque, siccome vogliamo dare importanza alle pratiche che gli individui mettono in campo nel processo di insegnamento-apprendimento della matematica, vogliamo rilevare come questo non sia scevro da comportamenti codificati, non sia pertanto affatto libero. Se un'azione pratica non raggiunge lo scopo prefissato, prima di entrare nel

novero dei malfunzionamenti, entra in quello delle devianze dal gruppo. L'errore, dunque, in una comunità di pratica a sfondo sociologico è una devianza, un malfunzionamento a carattere sociale prima che cognitivo.

A questo punto possiamo tornare alle due grandi categorie di pratiche e meta-pratiche con cui abbiamo iniziato questo paragrafo.

La mancanza di univocità nel gruppo classe circa gli scopi, la confusione che nasce tra gli individui a causa del fatto che le aspettative sono diverse, la incapacità a volte dimostrata dall'insegnante–valutatore di stigmatizzare il procedere di chi non pratica la matematica in aula, ma le meta-pratiche per aggirare gli ostacoli, creano conflitti all'interno della mini società; alcuni suoi componenti pensano che le norme sociali siano troppo deboli, che lo sforzo di pratica seria non sia sufficientemente valutato e l'altro non sufficientemente punito o comunque frenato, ...

Di fatto, nasce una versione debole di quella che Emile Durkheim chiamava *anomia* (1893) (che è poi l'idea di partenza del cosiddetto *comportamento deviante*, assai più moderno, di Robert Merton, 1968). Se l'anomia raggiunge un certo livello, la società si disgrega perché si ha una confusione di valori non condivisi.

Proprio gli studi più recenti di Merton, a carattere funzionalista, misero in evidenza che spesso, nelle società di qualsiasi tipo, le mete proposte non sono adatte ai propri membri, come se vi fossero degli *ostacoli* al loro conseguimento o, almeno, al loro riconoscimento. Di fatto, dunque, è lecito pensare ad una classe come ad una società che ha mete non condivise da tutti i soggetti, alcuni dei quali mettono in atto pratiche ed altri meta-pratiche, con *ostacoli* di vario tipo che impediscono il raggiungimento di tale mete ed addirittura la loro condizione ed accettazione.

A noi pare emblematico, all'interno del processo di insegnamento–apprendimento della matematica, il fatto che esso si giochi all'interno della *scuola*; basti solo dire che tale termine, che in greco antico significa “libero uso delle forze spirituali”, oggi significa “istituzione regolata da norme specifiche all'interno di un percorso di istruzione”. Nel primo caso, le pratiche prefigurate erano semplicemente quelle di coltivare il proprio intelletto, verso attività fini a sé stesse; nel secondo caso, la comunità di pratica (e di meta-pratica) è regolata da norme che sanciscono addirittura le attività, i tempi, le modalità, gli scopi, i traguardi, le norme stesse, ... I due modi di vedere la scuola sono in

evidente contraddizione. Nel primo caso, non ci sono *ostacoli*; nel secondo caso, se ne creano anche dove non ve ne sarebbero.

Ecco allora che il sociologo di oggi stabilisce che «l'istruzione è la trasmissione sistematica e formalizzata di conoscenze, abilità, valori» (Robertson, 1977); il che porta alle pratiche. Ma poiché tali sistematicità e formalizzazione sono burocratizzate in un sistema sociale che prevede una valutazione, questo fatto fa scattare automaticamente le attività di meta-pratica, il che contribuisce a spiegare il nostro punto di partenza.

[Sarebbe qui il caso di puntare l'attenzione sul fatto se sia lecito, comodo, corretto, ... pensare, come si fa nel sistema italiano, che il professionista dell'istruzione coincida con il professionista della valutazione; questa coincidenza è una delle cause dell'esistenza delle meta-pratiche, dunque dell'insorgere di alcuni ostacoli.

Detta in maniera più semplice, questa coincidenza spinge alcuni individui (studenti che fan parte della classe) a formare dei gruppi primari che condividono l'idea che il compito individuale all'interno della classe siano le attività meta-pratiche. Costoro ignorano ogni sorta di *ostacoli* e, anche in caso di apparente successo scolastico, in realtà non apprendono la matematica, bensì ricevono un rinforzo di convinzione sul fatto che lo scopo dell'istituzione scuola è il mettere in scena meta-pratiche.

Questo spiega, a nostro avviso, il perché tante persone, al termine degli studi, anche ricchi di apparenti esiti favorevoli, dimostrino totale ignoranza in matematica, anche su questioni di carattere molto meno che elementare. Queste persone non hanno mai fatto parte di una comunità di pratica, né rilevato mai la presenza di veri significativi *ostacoli* oggettivi].

In questo paragrafo, abbiamo volutamente evidenziato la parola *ostacolo* in diverse occasioni, dandogli una connotazione sociologica, il che ci pone, d'ora innanzi, di fronte a classi di studenti pensate come comunità di pratica, nel senso di Radford e Godino, Batanero, ma con una forte insistenza sul ruolo dell'ostacolo nel processo di insegnamento-apprendimento.

4. Le difficoltà degli allievi in aula come sintomo di “malessere sociale”

La microsocietà classe è un insieme di esseri umani che operano secondo schemi più o meno pre-stabiliti, che attuano, che si scambiano pratiche legate ad un Sapere. Questo comporta che ogni devianza dalla pratica attesa determini una situazione di rottura della pratica condivisa. Gli avvenimenti d’aula possono essere interpretati da un punto di vista sociologico e distinguersi grosso modo in:

- pratiche attese;
- pratiche devianti.

È ovvio che uno dei membri della microsocietà classe deve avere l’autorità (socialmente sancita e riconosciuta dalla noosfera e dagli altri membri della microsocietà) per stabilire se una pratica singola, all’interno di una sociale, sia o no (più o meno) deviante o se collimi con le attese; tale membro è già predeterminato: l’insegnante.

Da ciò segue che l’errore, così come evidenziato da Enriques (1942), oggettivamente inteso, per quanto foriero di tentativi suggestivi, non ha più molto senso; mentre acquista un interesse molto accentuato il suo aspetto sociologico.

In un certo senso, si può supporre che la devianza dalla pratica attesa testimoni che esiste un ostacolo che si è andato a frapponere tra l’invito alla condivisione di una pratica sociale, fatto dall’insegnante, e la pratica privata messa in campo da un certo studente, membro della microsocietà classe.

Ecco allora che l’indagine sociologica sarebbe lo strumento per riconoscere l’esistenza di un ostacolo che impedisce l’attuazione e la condivisione di pratiche, all’interno di una microsocietà, che condivide problemi, usi e, appunto, pratiche.

Se l’indagine si limita a tale constatazione, siamo in piena attività sociologica; se si vuole approfondire ed andare oltre, sembra sensato chiedersi se, per caso, esistano più “nature” di tale *ostacolo*. A questa domanda deve di necessità seguire un’analisi il che ci riporta ad una situazione a carattere analitico e di categorizzazione (è a questo punto che possiamo accettare l’idea che vi siano più tipologie di ostacoli all’apprendimento, ciascuna delle quali faccia riferimento ai tre “vertici” del triangolo della didattica).

Poiché si parla di ostacoli rilevati, di devianze, di errori, viene subito in mente che potrebbe essere utile proporre opportune “terapie”. Una “terapia” va qui intesa nel suo senso più generale possibile, cioè di un insieme di mezzi atti a porre rimedio ad un malfunzionamento o almeno atti a ridurre ed alleviarne le conseguenze. Una terapia può essere *causale*, se tende ad abolire le stesse cause dello stato patologico, o *sintomatica*, se tende ad abolirne soltanto i sintomi.

Quando si parla di didattica della matematica, spesso, a fronte della denuncia o dell’analisi di “casi” descritti in letteratura o rilevati in ricerca, i destinatari del lavoro (spesso: gli insegnanti) chiedono subito al ricercatore delle terapie; ma un primo scopo del lavoro di ricerca in didattica sta proprio nell’evidenziare sintomi che sfuggono all’evidenza, riconoscere le devianze di cui sopra, analizzarle, classificarle. La terapia è fatto successivo, utile, atteso, necessario, ma non sempre contemporaneo.

Concludiamo però sottolineando che l’approccio teorico di Radford non intende indicare o suggerire una “terapia”, ma al più solo una “sintomatologia” nell’ambito di una “semiotica del linguaggio d’aula”.

Si può pensare alla semiotica del linguaggio d’aula come ad un sistema di segni condivisi che comprende un accordo sui codici e sulla produzione segnica, come si conviene a qualsiasi teoria semiotica (Eco, 1975, pag. 13):

- quando si dice “segni condivisi” va detto che si tratta in parte di segni imposti o appresi sotto forma di condizionamenti sociali più o meno stabiliti dall’istituzione;
- quando si dice “produzione segnica” va detto che si tratta di una forma personale di attività, vincolata da norme prestabilite.

In entrambi i casi, ci sono spazi caratteristici di una specifica microsocietà classe (il *costume* che Balacheff tentò di lanciare nella scuola francese nel 1988: Balacheff, 1988), visto che gli agenti di tutto ciò sono esseri umani e visto che è tipico dell’essere umano *interpretare* i discorsi e le consegne.

Se accettiamo quanto asserito precedentemente, possiamo concludere che la posizione di Radford può pensarsi organicamente inserita in una semiotica del linguaggio d’aula: è in grado di segnalare malfunzionamenti (nei sensi detti), ma non intende suggerire una terapia.

Riferimenti bibliografici

- Bachelard G. (1938), *La formation de l'esprit scientifique*, VRIN, Paris.
- Bagni G.T. (2004a). Historical roots of limit notion. Development of its representative registers and cognitive development. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*. In via di pubblicazione.
- Bagni G.T. (2004b). Storia della matematica in classe: scelte epistemologiche e didattiche. *La matematica e la sua didattica*. 3, 51–70.
- Bagni G.T., Furinghetti F., Spagnolo F. (2004), History and Epistemology in Mathematics Education, Cannizzaro, L. Pesci, A., Robutti, O. (Eds.), *Research and Teacher Training in Mathematics Education in Italy: 2000–2003*, Ghisetti e Corvi, Milano, 170–192.
- Balacheff N. (1988). Le contrat et la coutume: deux registres des interactions didactiques. In: Laborde C. (ed.) (1988). *Actes du premier colloque franco-allemand de didactique des mathématiques et de l'informatique*. Grenoble: La Pensée Sauvage. 15–26.
- Bales R. (1950). *Interaction Process Analysis: A Method for the Study of Small Groups*. Cambridge, Mass.: Addison–Wesley.
- Bales R. (1970). *Personality and Interpersonal Behavior*. New York: Holt, Rinehart and Winston.
- Barbin E. (1994). Sur la conception des savoirs géométriques dans les Éléments de Géométrie. In: Gagatsis A. (Ed.) (1994). Histoire et enseignement des Mathématiques. *Cahiers de didactique des Mathématiques*. 14–15, 135–158.
- Brickhouse N. (1990). Teachers' beliefs about the nature of science and their relationship to classroom practice. *Journal of teacher education*. 41 (3), 53–62.
- Brousseau G. (1976). Les obstacles épistémologiques et les problèmes in mathématiques. In: Wanhamme W., Wanhamme J. (Eds.). *La problématique et l'enseignement des mathématiques*, Actes de la XXVIIIème rencontre CIEAEM, Louvain la Neuve, 5–12 août 1976.
- Brousseau G. (1983). Les obstacles épistémologiques et les problèmes in mathématiques. *Reserches en Didactique des Mathématiques*. 4, 2, 165–198.

- Brousseau G. (1989). Les obstacles épistémologiques et la didactique des mathématiques. In: Bednarz N., Garnier C. (Eds.). *Constructions des savoirs, obstacles et conflits*. 41–64. Montreal: Agence d'Arc.
- Chevallard Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par un approche anthropologique. *Recherches en Didactique de la Mathématique*. 12, 1, 73–112.
- Crombie A.C. (1995). Commitments and Styles of European Scientific Thinking. *History of Sciences*. 33, 225–238.
- D'Ambrosio U. (2002). *Etnomatematica*. Bologna: Pitagora.
- D'Amore B. (1999). *Elementi di didattica della matematica*. Bologna: Pitagora.
- D'Amore B. (2000). “Concetti” e “oggetti” in Matematica. *Rivista di Matematica dell'Università di Parma*. (6) 3, 143–151.
- D'Amore B. (2001a). Un contributo al dibattito su concetti e oggetti matematici: la posizione “ingenua” in una teoria “realista” vs il modello “antropologico” in una teoria “pragmatica”. *La matematica e la sua didattica*. 1, 4–30.
- D'Amore, B. (2001b). Une contribution au débat sur les concepts et les objets mathématiques. *Scientia Paedagogica Experimentalis*. XXXVIII, 1, 17–46.
- D'Amore B. (2001c). *Scritti di Epistemologia Matematica. 1980–2001*. Bologna: Pitagora.
- D'Amore B., Fandiño Pinilla M.I. (2004). Cambi di convinzioni in insegnanti di matematica di scuola secondaria superiore in formazione iniziale. *La matematica e la sua didattica*. 3, 27–50.
- D'Amore B. (2004). Il ruolo dell'Epistemologica nella formazione degli insegnanti di Matematica nella scuola secondaria. *La matematica e la sua didattica*. 4, 4-30.
- Durkheim E. (1893). *The Division of Labor in Society*. Nella ed. 1964, Glencoe, Ill.: Free Press.
- Eco U. (1975). *Trattato di semiotica generale*. Milano: Bompiani.
- Enriques F. (1942). L'errore nelle matematiche. *Periodico di matematiche*. IV, XXII. [Sotto lo pseudonimo A. Giovannini].
- Freudenthal H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht: Riedel.
- Furinghetti F., Radford L. (2002). Historical conceptual developments and the teaching of mathematics: from phylogenesis and ontogenesis theory to classroom practice. In: English L. (Ed.) (2002). *Handbook*

- of *International Research in Mathematics Education*. 631–654. Hillsdale: Erlbaum.
- Gadamer H.-G. (1975). *Truth and Method*. New York: Crossroad. (2nd ed.: 1989).
- Garuti R. (1997). A classroom discussion and a historical dialogue: a case study, *Proceedings of the 21st International Conference on the Psychology of Mathematics Education*, Lathi, Finland, 2, 297–304.
- Giusti E. (1999). *Ipotesi sulla natura degli oggetti matematici*. Torino: Bollati Boringhieri.
- Godino J.D., Batanero C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en didactiques des mathématiques*. 14, 3, 325–355.
- Grugnetti L., Rogers L. (2000). Philosophical, multicultural and interdisciplinary issues. In: Fauvel J., van Maanen J. (Eds.) (2000). *History in Mathematics Education*. 39–62. Dordrecht: Kluwer.
- Hardesty D. (1977). *Ecological Anthropology*. New York: Wiley.
- Hashweb M.Z. (1996). Effects of science teachers' epistemological beliefs in teaching. *Journal of Research in Science Teaching*. 33 (1), 47–63.
- Ilyenkov E. (1977). The concept of the ideal. *Philosophy in the USSR. Problems of Dialectical Materialism*. Mosca: Progress Publishers.
- Leontiev A.A. (1981a). Sign and Activity. In: Wertsch J.V. (Ed.) (1981). *The Concept of Activity in Soviet Psychology*. New York: Sharpe. 241–255.
- Leontiev A.A. (1981b). The problem of Activity in Psychology. In: Wertsch, J.V. (Ed.) (1981). *The Concept of Activity in Soviet Psychology*. New York: Sharpe. 37–71.
- Lladò C., Boero P. (1997). Les interactions sociales dans la classe et le role mediateur de l'enseignant. *Actes de la CIEAEM-49*, Setubal. 171–179.
- Merton R. (1968). *Social Theory and Social Structure*. New York: Free Press.
- Mills T. (1967). *The Sociology of Small Groups*. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall.
- Moreno L., Waldegg G. (1993). Costructivism and mathematical education. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. 24 (5), 653–661.

- Piaget J., Garcia R. (1983). *Psychogenèse et histoire des sciences*. Paris: Flammarion.
- Radford L. (1997). On Psychology, Historical Epistemology and the Teaching of Mathematics: Towards a Socio-Cultural History of Mathematics. *For the Learning of Mathematics*. 17(1), 26–33.
- Radford L. (2003a). On the epistemological limits of language. Mathematical knowledge and social practice in the Renaissance. *Educational Studies in Mathematics*. 52(2), 123–150
- Radford L. (2003b). On Culture and Mind. A post-Vygotskian Semiotic Perspective, with an Example from Greek Mathematical Thought. In: Anderson M. et Al. (Eds.) (2003). *Educational Perspectives on Mathematics as Semiosis: From Thinking to Interpreting to Knowing*. 49–79, Legas, Ottawa.
- Radford L., Boero P., Vasco C. (2000). Epistemological assumptions framing interpretations of students understanding of mathematics In: Fauvel J., van Maanen J. (Eds.) (2000). *History in Mathematics Education*. 162–167. Dordrecht: Kluwer.
- Robertson I. (1977). *Sociobiology*. New York: Worth Publishers Inc. [Noi ci serviamo dell'edizione italiana: *Sociologia*. Bologna: Zanichelli. 1988.
- Sfard A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: reflections on processes and objects as different sides of the same coins. *Educational Studies in Mathematics*. 22, 1–36.
- Speranza F. (1995). Dalla storia dell'epistemologia indicazioni per leggere la storia della scienza. In: D'Amore B., Speranza F. (eds. (1995). *La matematica e la sua storia. Alcuni esempi per spunti didattici*. Milano: Angeli. 148–158.
- Speranza F., Grugnetti L. (1996). History and epistemology in didactics of mathematics In: Malara N.A., Menghini M., Reggiani M. (Eds.) (1996). *Italian research in mathematics education*. Roma: CNR. 126–135.
- Tall D. (1982). Elementary Axioms and Pictures for Infinitesimal Calculus. *Bulletin of the IMA*. 14, 43–48.
- Tizzani P., Boero P. (1997). La chute des corps de Aristote à Galilée: voix de l'histoire et échos dans la classe. *Actes de la CIEAEM-49*, Setubal. 369–376.
- Tortora R. (2004). Fallimento e invenzione nella storia della matematica: ricadute didattiche. *La matematica e la sua didattica*. 4, 31-45.

- Vygotsky L.S. (1990). *Pensiero e linguaggio*. Bari: Laterza.
- Wartofsky M. (1979). *Models, Representation and the Scientific Understanding*. Dordrecht: Reidel.
- Werner H. (1948). *Comparative Psychology of Mental Development*. New York: International University Press. 2nd edition: 1957.