

Pipe, cavalli, triangoli e significati.
Contributo ad una teoria problematica del significato concettuale, da Frege e Magritte, ai giorni nostri

Bruno D'Amore

Publicato:

in lingua italiana: (2005) su *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate* [Paderno del Grappa, Italia]. 28B, 5, 415-433.

in lingua spagnola: D'Amore B. (2005). Pipas, caballos, triánguloy significados. Contribución a una teoría problemática del significado conceptual, de Frege y Manritte, hasta nuestros días. *Números*. [Tenerife, Spagna]. 61, 3-18.

Summary. In this paper we describe a proposal for a problematic interpretation of the concept of signification, taken from conceptual signification theory, not only in the field of mathematics, but also presenting examples of analogous behaviour from another field of study, that of figurative art. The aim is to show how a totally satisfactory signification theory has still not been constructed, while other fields of study continue to rediscover the basic stages of the epistemological domain.

Sunto. In questo articolo si descrive una proposta di interpretazione problematica del concetto di significato, tratta dalla storia della teoria del significato concettuale, non solo nell'ambito della matematica, ma offrendo esempi di comportamento analogo tratto da un altro dominio di studio, quello dell'arte figurativa. Lo scopo è quello di mostrare come una teoria del significato del tutto soddisfacente non sia ancora stata costruita, mentre in altri campi di studio si ripercorrono le tappe fondamentali del dominio epistemologico.

Lavoro eseguito nell'ambito del Programma di Ricerca: « <i>Aspetti metodologici (teorici ed empirici) della formazione iniziale ed in servizio degli insegnanti di matematica di ogni livello scolastico</i> ».

Pipe, cavalli, triangoli e significati.
Contributo ad una teoria problematica del significato
concettuale, da Frege e Magritte, ai giorni nostri

Bruno D'Amore

NRD - Dipartimento di Matematica – Università di Bologna – Italia
ASP – Alta Scuola Pedagogica – Locarno – Svizzera
MESCU – Università Distrettuale Fr. José de Caldas – Bogotá - Colombia

1. Significato e sua rappresentazione; il caso della matematica

Quando si parla di “teoria del significato”, il pensiero corre rapido alla psicologia, alla semiotica, alla linguistica o alla matematica.

Ma non si deve pensare che questo tipo di problematiche interessi solo questi settori di ricerca e di analisi. Ogni disciplina che si rispetti, che voglia mettere in campo una riflessione sugli oggetti del proprio conoscere e del proprio specifico rappresentare, prima o poi è costretta ad entrare nei meriti della questione. Tanto più se si serve di “rappresentazioni del significato” (locuzione che, per ora, usiamo in modo ingenuo), com'è costretta a fare la matematica (Duval, 1993; D'Amore, 2000, 2001a, b, c, 2003a).

In matematica, infatti, a causa del fatto che gli “oggetti” evocati non hanno natura reale (in un realismo ingenuo a carattere cosale),^{1 2} non si

¹ Qui “oggetto” è inteso nel senso di “oggetto reale” o di “cosa”, nel significato ben espresso nella *Metafisica* da Aristotele, quando si afferma che la “cosa”, in quanto parte del reale, è ciò che presenta le tre caratteristiche seguenti: (1) tridimensionalità, (2) accessibilità sensoriale multipla (cioè di più sensi alla volta) indipendente dalle rappresentazioni semiotiche e (3) possibilità di separazione materiale e da altre parti della realtà, cioè da altre “cose”. Tale accezione è racchiusa nella parola greca πράγμα che la esprime. Ma bisogna aspettare Cartesio per una distinzione tra “Cose corporali” e “Cose che pensano” (*Méd.*, II), fino a Locke per avere il termine “sostanze” (*An Essay Concerning Human Understanding*, 1690, II), 12, 6), ripreso e fatto proprio da Berkeley con l'accezione di “reali”, per distinguerle da quelle “eccitate dall'immaginazione”

può fare altro, se non ricorrere a *rappresentazioni* di essi all'interno di una semiotica opportuna; cosicché il matematico, mentre cita e parla di oggetti nel dominio della matematica, di fatto sceglie, manipola e trasforma loro rappresentazioni in registri semiotici.^{3 4}

2. Il caso dell'arte figurativa: pipe e cavalli

Un caso analogo alla matematica, forse inatteso per i più, è decisamente costituito dall'arte figurativa. Se anche non si vuol complicare la questione e si assume, in modo decisamente acritico e storicamente superato, che l'arte sia lo studio delle interpretazioni delle rappresentazioni figurative problematiche degli oggetti e dei fenomeni della natura, appare piuttosto evidente che ogni rappresentazione nel mondo figurale allude ad un oggetto o ad un fenomeno, ma è distinto da essi.

cui spetta il nome di *idee* «o immagini delle Cose che esse copiano o rappresentano» (*Principles*, I, 33).

² Con “realismo ingenuo” (*Naiven Realismus*) intendo quello così definito da G. Schuppe (*Grundriss der Erkenntnistheorie und Logik*, 1910), cioè quello nel quale si riconosce l'indipendenza dell'oggetto conosciuto dall'atto (psichico) con il quale esso viene conosciuto. Esso, però, trae origine da un famoso articolo di G.E. Moore del 1903 (pubblicato su *Mind*, dal titolo: *La confutazione dell'idealismo*) che si ispira alle posizioni di W. Hamilton (*Realismo Naturale*) il quale attribuisce questo modo di pensare alla filosofia scozzese. Credo però che tutte queste posizioni siano figlie del *Realismo empirico* di Kant.

³ Sto qui facendo riferimento esplicito alle tre “operazioni fondamentali della semiotica” (Duval, 1993; D'Amore, 2003):

- scelta dei caratteri distintivi dell'oggetto che si vuole rappresentare;
- trasformazione di *trattamento*, che permette di trasformare una rappresentazione semiotica in un'altra, ma nello stesso registro;
- trasformazione di *conversione*, che permette di trasformare una rappresentazione semiotica in un'altra, ma in un diverso registro.

⁴ Si noti che, fin dalla filosofia rinascimentale, sono stati evidenziati tre sensi della rappresentazione: l'idea stessa nel senso più generale, l'immagine dell'idea, l'oggetto stesso cui l'idea allude o si riferisce; questa tripartizione che, all'origine, è attribuibile ad Ochkam (*Quodl.*, IV, 3), è alla base delle speculazioni di Cartesio sulla nozione di idea come “quadro” o come “immagine” della cosa (*Méd.*, III) il che portò Leibniz alla sua concezione di *monade* come rappresentazione dell'universo (*Mon.*, 60).

Ogni prodotto artistico è, alla fine, esso stesso un oggetto o un fenomeno della natura.

Così, apparve subito necessaria e rivelatrice l'opera di riflessione sulla natura del linguaggio dell'arte e sul senso del rapporto tra significato e rappresentazione, del pittore surrealista belga René Magritte (1898-1967).



Queste sue riflessioni spesso costituivano a loro volta vere e proprie opere d'arte, come la celeberrima *Ceci n'est pas une pipe*, che Magritte realizzò in diverse versioni tra il 1929 ed il 1946.



Al di là dell'imbarazzo che creò al suo apparire esposta, vista con gli occhi critici ed acuti di oggi, il senso di questa opera, volutamente divulgativa, è del tutto evidente: quel che l'osservatore vede NON è una pipa, infatti, ma una sua rappresentazione che ad una pipa allude; quel

che si vede, insomma, è una rappresentazione, un'allusione, un'evocazione, non l'oggetto in sé.

A volte, invece, Magritte ama elaborare veri e propri studi teorici, come l'altrettanto famoso *Les mots et les images* (1929) che, pur essendo, come dicevo, uno studio teorico, venne anch'esso esposto come opera.

LES MOTS ET LES IMAGES

Un objet ne tient pas tellement à son nom qu'on ne puisse lui en trouver un autre qui lui convienne mieux



Il y a des objets qui se passent de nom :



Un mot ne sert parfois qu'à se désigner soi-même :



Un objet rencontre son image, un objet rencontre son nom. Il arrive que l'image et le nom de cet objet se rencontrent :



Parfois le nom d'un objet tient lieu d'une image



Un mot peut prendre la place d'un objet dans la réalité :



Une image peut prendre la place d'un mot dans une proposition :



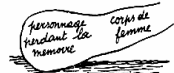
Un objet fait supposer qu'il y en a d'autres derrière lui :



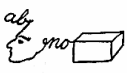
Tout tend à faire penser qu'il y a peu de relation entre un objet et ce qui le représente :



Les mots qui servent à désigner deux objets différents ne montrent pas ce qui peut séparer ces objets l'un de l'autre :



Dans un tableau, les mots sont de la même substance que les images :



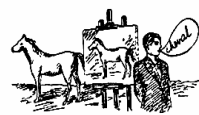
On voit autrement les images et les mots dans un tableau :



Une forme quelconque peut remplacer l'image d'un objet



Un objet ne fait jamais le même office que son nom ou que son image :



Or, les contours visibles des objets, dans la réalité, se touchent comme s'ils formaient une mosaïque :



Les figures vagues ont une signification aussi nécessaire aussi parfaite que les précises :



Parfois, les noms écrits dans un tableau désignent des choses précises, et les images des choses vagues :

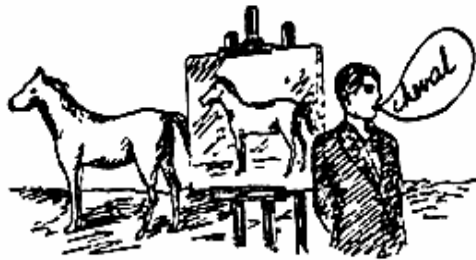


Ou bien le contraire :



René MAGRITTE.

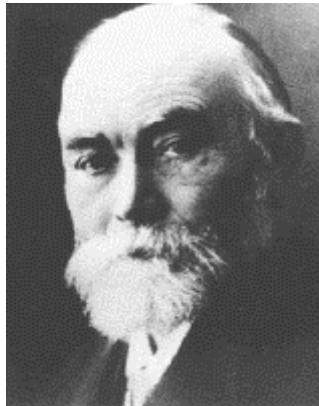
All'interno di questo studio, forse il particolare più famoso e discusso è quello relativo all'immagine del cavallo la cui evidenza è totale.



Vi appare un cavallo, una sua rappresentazione pittorica, una sua enunciazione verbale (nel registro semiotico “linguaggio orale”). Non bisogna dimenticare, però, che il cavallo che appare alla sinistra del riquadro è, a sua volta un disegno...

3. Gottlob Frege e il significato in matematica

Questa analisi del linguaggio pittorico non può non richiamare alla mente l'opera del logico matematico tedesco Gottlob Frege (1848- 1925).



Insieme ad altre immortali opere, Frege scrisse un articolo relativo alla natura ed al senso della matematica e del suo linguaggio: *Über Sinn und Bedeutung* (*Senso e denotazione*, pubblicato nel 1891); esso fu una vera e propria bomba nel mondo della riflessione matematica e contribuì ad aprire la strada a quel periodo di ripensamento critico che va sotto il

nome di *Crisi dei fondamenti* e che portò al modo attuale di concepire la matematica (D'Amore, Matteuzzi, 1975).

In tale articolo, che fu poi l'occasione di una polemica annosa con G. Peano (1858-1932) (D'Amore, Matteuzzi, 1975), Frege proponeva in maniera netta una distinzione tra "concetto" ed "oggetto" per la quale il primo è un'espressione che non denota in modo specifico con sole caratteristiche funzionali, ed il secondo ha ruolo di argomento. Per esempio, un numero viene identificato con l'oggetto denotato da un concetto, ovvero con l'estensione di quel concetto.⁵

Nell'altra sua celebre opera, *Die Grundlagen der Arithmetik-Eine logisch-matematische Untersuchung über den Begriff der Zahl*, pubblicata a Breslavia nel 1884, a pag. 59 Frege afferma: «L'attribuzione di un numero contiene sempre un'affermazione intorno ad un concetto. La cosa risulta particolarmente chiara per il numero 0. Quando si dice "Il pianeta Venere ha 0 satelliti", non vi è proprio alcun satellite o aggregato di satelliti intorno a cui possa venir affermato qualcosa. È invece al concetto "satellite di Venere" che l'asserto anzidetto attribuisce una proprietà (cioè quella di non comprendere nessun oggetto sotto di sé)».⁶

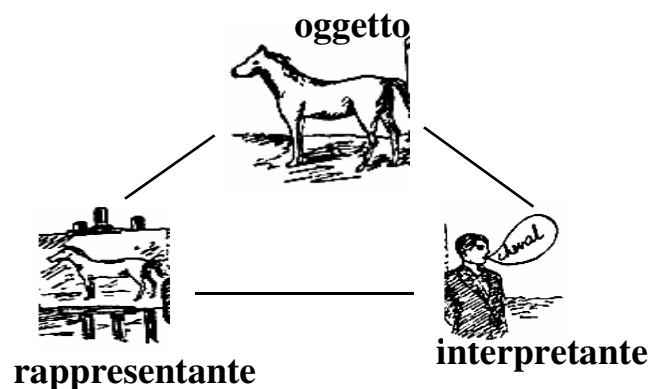
Questa posizione, che non esito ad annoverare tra quelle oggi cosiddette "realiste", ebbe un grande successo fino agli anni '70 del XX secolo, ma è attualmente in crisi a favore di posizioni "pragmatiste" (D'Amore, 2001a, c; D'Amore, Fandiño Pinilla, 2001).

4. Cavalli e significati, prima e dopo Frege

⁵ La distinzione e poi la organizzazione concettuale che verte sulla dialettica tra "intensionale" ed "estensionale" fu lanciata in senso moderno da G. W. Leibniz (1646-1716); Leibniz preferì sempre la prima visione, che però non ebbe successo in matematica (D'Amore, Matteuzzi, 1975). Si veda anche D'Amore (2001c).

⁶ La storia specifica attorno al significato del numero per i matematici ed i filosofi è di grande interesse, ma la evito qui perché non è specifica di questo scritto; coinvolge H. Poincaré (1854-1912), Giuseppe Peano, Richard Dedekind (1831-1916), Bertrand Russell (1872-1970), solo per citarne alcuni. In un certo senso, la polemica sul senso e sul significato del concetto di numero, non è mai sopita.

Fin dal 1883, dunque *prima* di Frege, il matematico, fisico e filosofo statunitense Charles Sanders Peirce (1839 – 1914) aveva già cominciato a servirsi di schemi a forma triangolare per studiare le relazioni tra gli oggetti e le loro rappresentazioni, usando la terna: interpretante – rappresentante – oggetto; sembra interessante trovare una descrizione della riflessione di Magritte secondo lo schema di Peirce:



ma chi vuole, può creare la propria interpretazione ternaria del “cavallo” di Magritte, usando il triangolo di

- Gottlob Frege: Sinn (senso) – Zeichen (espressione) – Bedeutung (denotazione), pubblicato nel 1892, come ho già detto, o quello più recente di
- C.K. Ogden, I.A. Richards: referenza – simbolo – referente (pubblicato nel 1923).

5. Arte e significato, dopo Magritte

Soffermandoci ancora per un momento sul mondo dell'arte figurativa, faccio mia la tesi sostenuta dal grande critico d'arte Filiberto Menna (1975), secondo il quale la “*linea analitica dell'arte moderna*” ha avuto negli studi e nelle riflessioni di Magritte un grande artefice. «(...) Magritte propone uno scollamento tra immagine e parola, tra definizione visiva (l'immagine della pipa) e definizione verbale (la leggenda “Ceci n'est pas une pipe”), sconfessando il ruolo assertivo tradizionalmente attribuito al quadro in virtù della presenza (implicita o esplicita) di una

didascalia (...) Dell'arte, egli ci dice, e del quadro in particolare, non è possibile predicare il vero e il falso e per dimostrare questo assunto affronta la questione dai fondamenti gnoseologici stabiliti dalle leggi della teoria dell'identità (...)» (Menna, 1975, pagg. 58-59).

L'idea di Magritte ha avuto un lungo seguito (non ancora spento) tra gli artisti di tutto il mondo, specie tra coloro che, negli anni '60-'80, sono stati gli artefici della corrente cosiddetta del "concettuale scientifico",⁷ tra i quali ricordo qui solo lo statunitense Joseph Kosuth, citando due delle sue opere più famose.

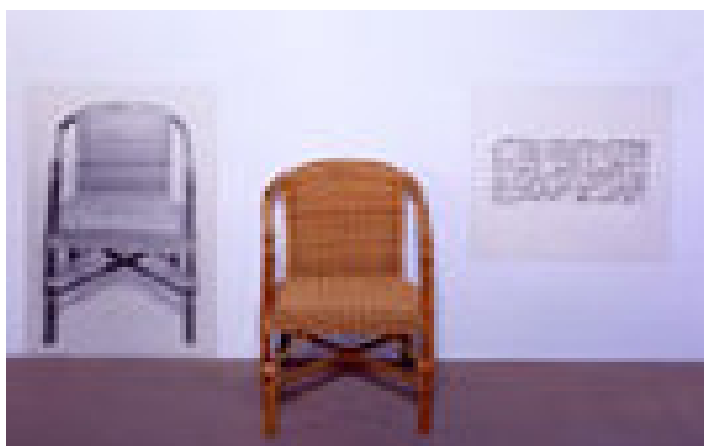
Neon Electrical Light English Glass Letters White Eight (1965)



“Il contenuto di quest'opera è quanto descritto nel titolo”, nel senso *esatto* di questa frase. Si tratta, cioè, di un riferimento autonomo, cioè il cui “senso” è il riferimento a sé stesso, come accade per la maggior parte dei segni della matematica.

Una e tre sedie (1965)

⁷ Negli anni '70 ed '80 ho io stesso dedicato molta attenzione a questa corrente artistica che si ispirò parecchio al mondo della scienza in generale e della matematica in particolare, promuovendo varie iniziative espositive e compiendo diverse analisi critiche, sia di movimento, sia riferite a singoli artisti.



Quest'opera consiste in un oggetto (una sedia), la foto di tale sedia e la definizione di "sedia" tratta da un dizionario; non può non richiamare alla mente una sintesi delle opere di Magritte e Frege allo stesso tempo. Si tratta (della rappresentazione) di "una" o di "tre" sedie?

Per avere ulteriori riferimenti critici sull'arte figurativa dell'epoca, si può vedere il catalogo di un'importante mostra internazionale su questo tema (D'Amore, Menna, 1974), gli atti di un convegno di studi che riuniva matematici e critici d'arte (D'Amore, Speranza, 1977), la storia di quel periodo (1970-1990), scritta da Giorgio Di Genova (1993), uno dei massimi studiosi di storia dell'arte.

6. Schemi ternari del significato

Torniamo alle interpretazioni del significato concettuale.

Gli schemi a "triangolo" vorrebbero cogliere «lo studio semiotico del contenuto» (Eco, 1975, pag. 89), ma falliscono non appena si cerca di definire in modo univoco (per tutti i linguaggi o per tutti i codici) che cosa debba essere inteso come "significato" di un "significante" (il che è di notevolissima importanza, se si vuol intendere la matematica, o l'arte). Ora, la posizione più ingenua e più immediata è che il significato del significante sia l'oggetto stesso cui essi fanno riferimento. Questa posizione porta ad una fallacia (la "fallacia estensionale") (Eco, 1975,

pag. 93 e segg.) che, se è vero che mette in crisi ogni teoria dei codici aventi necessità di estensioni oggettuali attinenti il reale, non disturba però la matematica i cui oggetti sono definibili in forma estensiva, ma senza bisogno di alcun riferimento alla realtà oggettiva empirica (mi pare che lo stesso discorso identico, cambiando quanto c'è da cambiare nei riferimenti, valga per l'arte figurativa).

Non è per caso che il logico matematico Frege può permettersi di considerare il *Bedeutung* in senso strettamente estensionale, dato che egli pensava esclusivamente alla matematica e non alla lingua naturale.⁸

Una delle più recenti e più notevoli schematizzazioni a tre termini è certo, almeno nel campo della didattica e della riflessione epistemologica, soprattutto per quanto concerne la matematica, quella di Gérard Vergnaud (1990).⁹ Secondo questo celebre autore francese,¹⁰ il punto decisivo della concettualizzazione del reale (e nella didattica della matematica) è il passaggio dai *concetti-come-strumento* ai *concetti-come-oggetto*, ed una operazione linguistica essenziale in questa trasformazione è la nominalizzazione.

È allora fondamentale dare una definizione pertinente ed efficace di *concetto*; secondo Vergnaud:

concetto C è una terna di insiemi $C = (S, I, S)$, tale che:

- **S** è l'insieme delle situazioni che danno senso al concetto (il *referente*)
- **I** è l'insieme degli invarianti (da lui definiti ed esemplificati in altre opere) sui quali si basa l'operatività degli schemi (*idem*) (il *significato*)
- **S** è l'insieme delle forme linguistiche e non linguistiche che permettono di rappresentare simbolicamente il concetto, le sue procedure, le situazioni e le procedure di trattazione (il *significante*).

⁸ Interessanti considerazioni di tipo didattico sono state ottenute applicando le idee di Frege alla semantica dell'algebra; se ne può vedere una presentazione con esempi in Arzarello, Bazzini e Chiappini (1994), pagg. 36 e segg.

⁹ Un'ampia discussione delle tesi di Vergnaud si trova in D'Amore (1999).

¹⁰ Si veda la mia voce su G. Vergnaud nell'*Enciclopedia Pedagogica* (D'Amore, 2002).

Secondo Vergnaud, studiare come si sviluppa e come funziona un concetto significa considerare di volta in volta questi tre piani separatamente ed in mutua relazione reciproca.

7. Schemi binari del significato

In tempi assai più recenti, Raymond Duval (1993) ha sostituito allo schema ternario uno schema binario, quello che si esprime attraverso la coppia: significato – oggetto oppure la coppia segno – oggetto; il fatto è che in Duval il termine “significato” raggruppa i significanti diversi dello stesso oggetto; dunque i termini “significato” e “segno” sono in un certo senso interscambiabili.

È ovvio che, se si pone l’accento sulla coppia (*segno, oggetto*), tutte le rappresentazioni triadiche (di C.S. Peirce, di G. Frege, di C.K. Ogden e I.A. Richards, di G. Vergnaud, ...) cadono in difetto.

La concettualizzazione passa allora attraverso il segno che esprime il suo stesso oggetto.

Il caso della matematica è, in questo settore, peculiare; ciò, almeno per tre motivi:

- ogni concetto matematico ha rinvii, come già detto, a “non-oggetti”; dunque la concettualizzazione non è e non può essere basata su significati che poggiano sulla realtà concreta; in altre parole in matematica non sono possibili rinvii ostensivi;
- ogni concetto matematico è costretto a servirsi di rappresentazioni, dato che non vi sono “oggetti” da esibire in loro vece o a loro evocazione;¹¹ dunque la concettualizzazione deve necessariamente passare attraverso registri rappresentativi che, per vari motivi, soprattutto se sono a carattere linguistico, non possono essere univoci;
- si parla più spesso in matematica di “oggetti matematici” che non di concetti matematici in quanto in matematica si studiano preferibilmente oggetti piuttosto che concetti; «la nozione di oggetto è una nozione che non si può non utilizzare dal momento in cui ci si interroga sulla natura, sulle condizioni di validità o sul valore della conoscenza» (Duval, 1998).

¹¹ Ricordo qui la definizione di “cosa” data citando Aristotele qualche pagina fa.

È assolutamente necessario sottolineare che il termine “concetto”, in Duval, non rinvia affatto alle stesse occorrenze ed allo stesso uso che ne fanno Piaget, Kant, Vergnaud, Vygotskij, Chevallard...

Nel sentiero tracciato da Duval, la nozione di concetto, preliminare o comunque prioritaria in quasi tutti gli Autori, diventa secondaria, mentre ciò che assume carattere di priorità è la coppia (*segno, oggetto*).

In Duval (1996) si cita un passo di Vygotskij nel quale sostanzialmente si dichiara che non c'è concetto senza segno:

«Tutte le funzioni psichiche superiori sono unite da una caratteristica comune superiore, quella di essere dei processi mediati, cioè di includere nella loro struttura, come parte centrale ed essenziale del processo nel suo insieme, l'impiego del segno come mezzo fondamentale di orientamento e di dominio dei processi psichici... L'elenco centrale [del processo di formazione dei concetti] è l'uso funzionale del segno, o della parola, come mezzo che permette all'adolescente di sottomettere al suo potere le proprie operazioni psichiche, di dominare il corso dei propri processi psichici...» (Vygotskij, 1962; nell'ed. francese, 1985, alle pagg. 150, 151, 157).

[A proposito di questa citazione di Vygotskij o, meglio, approfittando di essa, è bene compiere una rapida considerazione a proposito della parola “segno”, suggeritami da conversazioni e scambi di idee personali con Raymond Duval, in quanto, egli afferma, presso alcuni studiosi di didattica si scorge una riduzione del *segno* ai *simboli convenzionali* che connotano direttamente e isolatamente degli oggetti. Il che è riduttivo].

In riferimento a De Saussure (1915) (che Vygotskij conosceva bene a causa della sua formazione di linguista) non c'è segno fuori da un “sistema di segni”. Per esempio, le parole non hanno significato che all'interno del sistema di una lingua (da qui i problemi ben noti di traduzione). Quando in Duval (e dunque qui) si parla di “registro di rappresentazione semiotica” ci si riferisce ad un sistema di segni che permette di riempire le funzioni di comunicazione, trattamento e di oggettivazione, e non ci si riferisce invece a delle notazioni convenzionali che non formano un sistema. Per esempio, la numerazione binaria, o quella decimale, formano un sistema, ma non le lettere o i simboli che si utilizzano per indicare delle operazioni algebriche.

Forse converrebbe allora tradurre Vygotskij ponendo in luogo della parola “segno” la locuzione “sistema di segni”.

Si noti anche che, da questo punto di vista e contrariamente all'opinione diffusa, un sistema semiotico non è uno strumento: esso è costitutivo del funzionamento stesso del pensiero e della conoscenza. Solo un codice che venga usato per ricodificare un messaggio già espresso, può essere uno strumento.

Poiché in questo articolo sto facendo, anche se non si tratta dello scopo principale di esso, un parallelo tra la situazione della matematica e quella dell'arte figurativa, il lettore potrebbe rileggere il precedente paragrafo 7., cercando analogie tra i due campi. Chi l'ha fatto, riferisce di aver trovato impressionante le situazioni comuni, compartite o solo analoghe, nell'ambito di una teoria del significato concettuale.

Com'era diffuso una volta concludere, si lascia questa analisi come esercizio al lettore...

8. La natura complessa e problematica del significato concettuale e delle sue rappresentazioni

Si può sfuggire alla problematica del significato concettuale, con ironia, come faceva Magritte; oppure cercare di catturare l'essenza del rapporto tra il significato concettuale e la/e sua/e rappresentazione/i, come hanno cercato di fare Frege e gli altri studiosi di schemi atti a cogliere tale essenza in generale, indipendentemente dai codici; oppure assimilare il significato concettuale all'insieme dei segni rappresentanti, evocatori del rappresentato, ma in semiotiche specifiche; ...

Mi pare che il risultato sia lo stesso; quel che emerge con forza è che la natura del significato concettuale sia fatto *complesso e problematico*.

Complesso significa che non è definibile in modo univoco, dato che investe varie attività umane e che in ciascuna di esse assume identità specifiche diverse, dipendendo dal contesto; può anche accadere che vi siano di fatto analogie interpretative (e in questo studio ho cercato di mettere in relazione il dominio della matematica con quello dell'arte figurativa), ma più che analogie non è possibile evidenziare. Una teoria generale univoca del significato concettuale non esiste.

Problematico significa che la natura del significato concettuale non è sottoponibile a riduzionismi che rinviano a modelli preesistenti (Speranza, 1997). Ogni tentativo di categorizzazione apre nuove

interpretazioni e dunque la necessità di nuovi modelli, sempre più profondi. Le risposte a domande sulla natura del significato concettuale, insomma, non sono mai definitive e, se non sono autoreferenti, aprono la strada a nuove domande.

Abbiamo anche visto che la/e rappresentazione/i del significato concettuale non può/possono neppure essere ostensiva/e, almeno nelle due attività creative umane sulle quali ho qui riflettuto, matematica e arte figurativa. Al più, la rappresentazione può ricorrere a segni di varia natura semiotica e pretendere coincidenza con essi (ci sono gli esempi famosi che dà Duval nel campo della matematica e di vari artisti nel campo dell'arte figurativa, come Kosuth, ed altri che qui non ho voluto ricordare per brevità). Dunque, anche la rappresentazione del significato concettuale ha caratteristiche di complessità e problematicità.

Traendo spunto dalla distinzione che si fa in epistemologia della matematica tra posizioni realiste e pragmatiste (D'Amore, Fandiño Pinilla, 2001; D'Amore, 2001a, 2003b), dovremmo essere propensi a riconoscere una doppia analogia tra assolutismo e realismo e tra problematicismo e pragmatismo; in base ad essa, la natura complessa e problematica della teoria del significato concettuale diventa relativa al contesto, il che la rende difficile da "catturare" con i classici sistemi che hanno successo nelle posizioni realiste: la logica, per esempio, o una semantica *a priori*.

Ci si deve allora ricondurre forzatamente alle "pratiche umane" (Godino, Batanero, 1994) riconoscendo il fatto che, come sottolinea Luis Radford, la conoscenza è collegata indissolubilmente alle attività nelle quali i soggetti si impegnano (Radford, 1997, 2003a, 2003b), e ciò deve essere considerato in stretta relazione con le istituzioni culturali del contesto sociale di volta in volta considerato (Crombie, 1995, p. 232).

Radford sottolinea la specificità degli ambienti nei quali, nella storia, si è sviluppata la ricerca scientifica: «Un semplice sguardo alle varie culture nella storia mostra che ciascuna cultura ha avuto interessi scientifici propri. Inoltre, ciascuna cultura ha avuto modalità proprie di definire e di delimitare la forma e il contenuto degli oggetti della propria ricerca» (Radford, 1997, p. 30); io credo che lo stesso si possa dire, esattamente, per l'arte figurativa, senza neppure forzare troppo la mano. E ciò chiaramente illustra il senso che ho voluto dare agli aggettivi *complesso* e

problematico che ho usato in questo testo. I risultati della matematica e dell'arte figurativa sono prodotti artefatti umani, indissolubili dalla società culturale che li ha prodotti e strettamente determinati dalla pratica umana grazie alla quale sono stati realizzati.

Così, più che una teoria del significato di qualche cosa di generale che comprende questi prodotti, esiste invece il significato specifico di quel qualche cosa in quel dato contesto nel quale sono emersi. La complessità e la problematicità vengono così a ridursi a fatto locale e relativo specifico, al tal prodotto della creatività umana in quel dato contesto, anch'esso specifico.

Bibliografia

- Arzarello F., Bazzini L., Chiappini G. (1994). L'algebra come strumento di pensiero. Analisi teorica e considerazioni didattiche. Quaderno 6, Progetto Strategico del CNR "Innovazioni didattiche per la matematica". Pavia. [Resoconto del IX Seminario Nazionale di Ricerca in Didattica della Matematica. Pisa. 5-7 novembre 1992].
- Crombie A.C. (1995). Commitments and Styles of European Scientific Thinking. *History of Sciences*. 33, 225-238.
- D'Amore V. (1999). *Elementi di didattica della matematica*. Bologna: Pitagora.
- D'Amore B. (2000). "Concetti" e "oggetti" in Matematica. *Rivista di Matematica dell'Università di Parma*. (6) 3, 143-151.
- D'Amore B. (2001a). Un contributo al dibattito su concetti e oggetti matematici: la posizione "ingenua" in una teoria "realista" vs il modello "antropologico" in una teoria "pragmatica". *La matematica e la sua didattica*. 1, 4-30.
- D'Amore B. (2001b). Concettualizzazione, registri di rappresentazioni semiotiche e noetica. *La matematica e la sua didattica*. 2, 150-173.
- D'Amore B. (2001c). *Scritti di Epistemologia Matematica. 1980-2001*. Bologna: Pitagora.
- D'Amore B. (2002). Gérard Vergnaud. Voce sull'*Enciclopedia Pedagogica*. Appendice A-Z. 1508-1509. Brescia: La Scuola Ed.
- D'Amore B. (2003a). La complexité de la noétique en mathématiques ou les raisons de la dévolution manquée. *For the learning of mathematics*. 23, 1, 47-51.
- D'Amore B. (2003b). *Le basi filosofiche, pedagogiche, epistemologiche e concettuali della Didattica della Matematica*. Bologna: Pitagora.

- D'Amore B., Fandiño Pinilla M.I. (2001). Concepts et objets mathématiques. In: Gagatsis A. (ed.) (2001). *Learning in Mathematics and Science and Educational Technology*. Nicosia (Cipro): Intercollege Press Ed. [Atti del "Third Intensive Programme Socrates-Erasmus, Nicosia, Università di Cipro, 22 giugno - 6 luglio 2001. 111-130].
- D'Amore B., Matteuzzi M. (1975). *Dal numero alla struttura*. Bologna: Zanichelli.
- D'Amore B., Menna F. (1974). *De Mathematica*. Roma: L'Obelisco. [Libro - catalogo di una mostra internazionale]
- D'Amore B., Speranza F. ed altri (1977). *Alcuni aspetti della critica analitica. Rapporti tra critica analitica e ricerca nelle arti visive*. Bologna: Galleria d'arte moderna. [Atti di un convegno, l'atto di nascita del filone dell'arte esatta che diede vita ad una quantità infinita di mostre].
- De Saussure F. (1915). *Cours de linguistique générale*. Paris et Lausanne: Payot. [5a ediz. 1960]. [Trad. it.: 1968, Bari: Laterza].
- Di Genova G. (1993). *Storia dell'arte italiana del 900*. Bologna: Bora.
- Duval R. (1993). Registres de représentations sémiotiques et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Science Cognitives*, ULP, IREM Strasbourg. 5, 37-65.
- Duval R. (1996). Il punto decisivo nell'apprendimento della matematica. La conversione e l'articolazione delle rappresentazioni. In: D'Amore B. (ed.) (1996). *Convegno del decennale*. 11-26. Bologna: Pitagora.
- Duval R. (1998). Signe et objet (I). Trois grandes étapes dans la problématique des rapports entre représentations et objet. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*. 6, 139-163.
- Eco U. (1975). *Trattato di semiotica generale*. Milano: Bompiani.
- Godino J.D., Batanero C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en didactiques des mathématiques*. 14, 3, 325-355.
- Menna F. (1975). *La linea analitica dell'arte moderna*. Milano: Einaudi.
- Radford L. (1997). On Psychology, Historical Epistemology and the Teaching of Mathematics: Towards a Socio-Cultural History of Mathematics. *For the Learning of Mathematics*. 17(1), 26-33.
- Radford L. (2003a). On the epistemological limits of language. Mathematical knowledge and social practice in the Renaissance. *Educational Studies in Mathematics*. 52(2), 123-150.
- Radford L. (2003b). On Culture and Mind. A post-Vygotskian Semiotic Perspective, with an Example from Greek Mathematical Thought. In: Anderson M. e al. (Eds.). *Educational Perspectives on Mathematics as Semiosis: From Thinking to Interpreting to Knowing*. 49-79. Ottawa: Legas.

- Speranza F. (1997). *Scritti di epistemologia della matematica*. Bologna: Pitagora.
- Vergnaud G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en didactique des mathématiques*. 10, 133-169. [Trad. it. di F. Speranza in: *La matematica e la sua didattica*, 1992, 4-19].
- Vygotskij L.S. (1962). *Thought and language*. Cambridge, MIT Press. [Si tratta di un riassunto tratto dalla ed. originale in lingua russa, raccolta di articoli pubblicati a Mosca nel 1956. Ed. francese: 1985, Paris: Èd. Sociale. Ed. italiana: 1990, Bari: Laterza].