

600. Bagni G.T., D'Amore B. (2007). Leonardo e la matematica. In: Marazzani I. (ed.) (2007). *La matematica e la sua didattica*. Atti del I Convegno Nazionale, Giulianova (Te), 4-5-6 maggio 2007. Bologna: Pitagora. 3-7. ISBN: 88-371-1677-2.

Leonardo e la matematica

Giorgio T. Bagni

Dipartimento di Matematica e Informatica
Università di Udine

Bruno D'Amore

Dipartimento di Matematica,
Università di Bologna
Facoltà di Scienza della Formazione,
Università di Bolzano
Alta Scuola Pedagogica, Locarno
Dottorato di Ricerca in Didattica della Matematica,
Bogotà

Secondo A. Rupert Hall e Marie Boas Hall, «nel XV secolo l'Italia era la più prospera e colta regione d'Europa. Fu qui che per primo, e con maggior rigoglio, fiorì il Rinascimento dell'arte e della letteratura, della scienza e della tecnologia» (Hall, Boas Hall, 1979, p. 177). E fu in questo ambiente che uomini come Leonardo ebbero la possibilità di esprimere la propria eccezionale, ricchissima personalità. Eppure, anche se le università italiane del XVI secolo eccellevano per il livello dei loro insegnamenti (seguiamo ancora Hall, Boas Hall, 1979, p. 177), dobbiamo tuttavia ricordare che Leonardo fu per tutta la vita amareggiato d'essere "omo senza lettere", per sua stessa dichiarazione, in quanto i suoi studi da autodidatta non gli avevano permesso di studiare né latino né greco, e ciò rendeva impossibile un accesso diretto alle opere classiche, specialmente scientifiche, tradotte appunto in quelle due lingue. Dunque Leonardo sviluppò il proprio genio ai margini o addirittura al di fuori delle scuole di pensiero "ufficiali" (Bagni, D'Amore, 2006).

Nel Codice Atlantico e nel Codice Leicester (ex Codice Hammer) troviamo innumerevoli annotazioni e spunti. Ma il carattere sempre incostante di Leonardo (Vasari, 1964, Nardini, 2004) gli impedì di concretizzare il progetto di un trattato sul "cielo" e sul "mondo" che avrebbe dovuto affiancare gli studi di astronomia a quelli di geologia. I pochi appunti che ci restano appaiono spesso contraddittori: da un lato indicano che Leonardo riteneva la Terra al centro del sistema, dall'altro esprimono a volte perplessità a proposito del moto del Sole; in alcune occasioni lo studio dei corpi celesti veniva poi ricondotto a questioni di illuminazione, proprio nella prospettiva di quella "arte-scienza" che si traduce «in un vantaggio per il pittore, ma anche in un forte impegno della sua attività intellettuale, [vera] chiave del progetto leonardesco, di per sé assurdo, di ricomporre globalmente il sapere» (Chastel, 1978, p. 815). Un progetto forse assurdo, come sottolinea André Chastel (1912-1990), ma una sfida affascinante, maturata nello spirito (anche se, come rilevato, al di fuori della cultura "ufficiale") dell'epoca: il genio del mancino di Vinci si sviluppò dunque in termini quasi anarchici, in forma spesso isolata.

Dall'astronomia è spontaneo passare alla matematica. Karl Jaspers (1883-1969), grande filosofo e psichiatra tedesco, in una conferenza tenuta più di mezzo secolo fa al Kunsthistorisches Seminar dell'Università di Basilea, rileva che «in Leonardo il discorso matematico è in verità frequente. Ci sono rimasti di lui molti schizzi matematici»; ma «ci si può domandare: sa in generale Leonardo cosa sia la matematica?» (Jaspers, 2001, p. 36; inoltre: Loria, 1929-1933; Marcolongo, 1937; Marinoni, 1982). In effetti, i rapporti tra

Leonardo e la matematica furono influenzati da molti fattori, tra i quali l'importante amicizia (Marinoni, 1986) con Luca Pacioli (1445-1514), e non portarono, come vedremo, a risultati davvero significativi, frutto di ricerche organiche. Come sopra notato, il carattere incostante ha portato Leonardo ad indagare di tutto, frequentemente con folgoranti intuizioni che si sono però limitate a restare tali. Anche Jaspers ammette: «un dato di fatto è evidente: Leonardo era un frammentario»; tuttavia bisogna ricordare che «l'opinione secondo la quale egli si sarebbe disperso, perché lunatico, è contraddetta dall'ostinazione e dall'estrema esattezza del suo effettivo lavoro» (Jaspers, 2001, p. 103).

Come accennato, è opportuno distinguere l'attività matematica di Leonardo in “prima dell'incontro con Luca Pacioli” e poi. Inizialmente Leonardo non sembra trovarsi a proprio agio neppure con l'aritmetica elementare, ad esempio con le frazioni. Riportiamo alcuni dei tentativi di operare con esse (Bagni, D'Amore, 2006):

Codice Atlantico, foglio 191 v.

Leonardo scrive: «(...) sarà $\frac{12}{12}$ cioè $\frac{1}{0}$ ». Poco oltre, sta trattando con i seguenti numeri: $1\frac{1}{12}$, $1\frac{1}{6}$, $1\frac{1}{2}$; li trasforma (correttamente) in frazioni improprie: $\frac{13}{12}$, $\frac{7}{6}$, $\frac{3}{2}$; ora Leonardo somma queste tre frazioni e ottiene $\frac{216}{78}$. Il risultato è del tutto sbagliato, in quanto dovrebbe essere $\frac{45}{12}$ cioè $\frac{15}{4}$. Leonardo sembra non riconoscere 12 come denominatore comune e giunge a quell'improbabile 78.

Codice L, foglio 21 v.

Si deve ridurre la frazione $\frac{270}{360}$ ai minimi termini, operazione che ci aspettiamo fatta con perizia da qualsiasi studente; si vede subito che si può intanto semplificare per 10 ma, con un minimo di acume, direttamente per 90. Ma Leonardo pasticcia un po', giungendo alla frazione corretta $\frac{3}{4}$ più per intuito e analogia che per matematica.

Codice L, foglio 10 v.

Leonardo deve eseguire $\frac{2}{3} : \frac{3}{4}$; sa che si dovrebbe ottenere $\frac{8}{9}$ (lo dice) ma contesta il risultato: «Quest'è falso imperò ch'egli è più $\frac{8}{9}$ che non è $\frac{2}{3}$ ». La contestazione è facilmente spiegabile: se si divide A per B, ottenendo C, C deve essere minore di A, altrimenti, che razza di “divisione”, cioè “partizione”, è? (D'Amore, Oliva, 1994).

Codice Atlantico, foglio 665 r.

Si vuol moltiplicare $\frac{2}{2}$ per sé stesso; Leonardo ottiene $\frac{2}{2} \times \frac{2}{2} = \frac{4}{2}$ cioè 2. Da ciò deduce che $\sqrt{2} = \frac{2}{2}$ e dunque estende, generalizzando: $\sqrt{3} = \frac{3}{3}$, $\sqrt{4} = \frac{4}{4}$, ...

Per quanto riguarda la geometria, G. Loria osserva che Leonardo si sarebbe «grandemente giovato dei due splendidi volumi in-f. del dotto e battagliero filologo Giorgio Valla (1406-1457), pubblicati postumi a Venezia nel 1501 col titolo *De Expetendis, et fugiendis rebus opus*; ché ivi si trovano importanti squarci di scienziati latini e greci (quali Boezio, Erone, Ippocrate da Chio ecc.) che sino a quel giorno non avevano avuto l'onore della stampa» (Loria, 1929-1933, p. 263, n. 1). Non escludiamo che Leonardo possa aver tratto giovamento dalla pubblicazione citata; ma non possiamo dimenticare la scarsissima dimestichezza dell'«omo senza lettere» con il latino dei testi geometrici del periodo. Pertanto gli spunti eventualmente riconducibili a pubblicazioni come quella citata avrebbero richiesto la continua collaborazione di qualche traduttore esperto in cose matematiche; un'analogha considerazione vale anche per Euclide: la versione italiana degli *Elementi* curata da Tartaglia riassume le sue lezioni veneziane, iniziate nel 1534, e dunque fu resa pubblica dopo la morte di Leonardo (Loria, 1929-1933, p. 292).

Grande interesse dimostra Leonardo verso la costruzione dei poligoni regolari con riga e compasso; divide la circonferenza in 3, 4, 5, 6, 7, 8 e così via in altre quantità di parti uguali, fino al massimo di 48 lati (Codice A, Parigi, f. 11 v.), anche se queste divisioni appaiono in pagine sparse ed in diversi Codici. Molte di tali costruzioni sono solo approssimate.

Spesso Leonardo non dà spiegazioni del perché delle sue indicazioni di procedura, mentre altre volte dichiara di voler dare la "ragione" (dimostrazione); più che di dimostrazioni, però, si tratta sempre di semplici spiegazioni dell'operato. Nel Forster III (f 68 v. e 69 r), ad esempio, affronta il problema di costruire un quadrato somma di due dati, fornendo un procedimento solamente approssimato. Leonardo trascriveva comunque quel che studiava, spesso con commenti personali; tali appunti, per quanto concerne la matematica, sono sempre in volgare, mai in latino, segno del fatto che studiava i trattati che riusciva a capire; questo vezzo non lo abbandonò mai, per cui avremo, anche prima dell'incontro con Pacioli, trascrizioni di suo pugno di interi brani della *Summa* del frate toscano.

Il problema collegato alla lettura del latino e del greco non impedì comunque a Leonardo di accedere alla cultura matematica del tempo. Ma nel 1493 ad Urbino o nel 1494 a Venezia, esce finalmente a stampa non in latino, l'opera enciclopedica di Luca Pacioli, *Summa de aritmetica, geometria, proporzioni et proporzionalità*. Leonardo ne acquista senza indugio una copia che ordina da Milano e paga 119 soldi (come annota, con la solita minuzia, nel codice Atlantico, foglio 288 r). La studia e ne trae mille ispirazioni, fino a riassumere i capitoli relativi alla teoria delle proporzioni nel codice Madrid 8936. Ma, più che altro, lo affascina la geometria e in particolare la quadratura del cerchio e la teoria delle lunule.

L'incontro vero e proprio tra Leonardo e Luca avviene a Milano nel 1496, quando il secondo è incaricato dal Duca di insegnare pubblicamente la matematica. L'amicizia e la reciproca stima tra i due sono immediate e fortissime, con frequenti scambi di visite e di favori. Lo stesso Pacioli narra, nelle prime pagine del *De Divina Proporzione*, di un dibattito («scientifico duello») avvenuto alla corte di Ludovico il Moro il 9 febbraio 1498, con la presenza di ecclesiastici, teologi, medici, ingegneri e «inventori di cose nuove» (tra questi ultimi è inserito Leonardo).

Da Luca, Leonardo impara che cosa vuol dire "dimostrazione" ed assume la denominazione di "avversaria" per l'enunciato da refutare (ancora nel XVIII secolo, il frate sanremese Gerolamo Saccheri chiamava "inimica" l'ipotesi dell'angolo acuto che voleva dimostrare inaccettabile per liberare Euclide da ogni neo ed eliminare ogni possibile geometria non o anti-euclidea: D'Amore, Matteuzzi, 1976). La geometria del Nostro si fa dunque più colta, i problemi proposti sono quasi sempre tratti dall'opera di Pacioli, spesso a sua volta tratti da Euclide. In particolare, Leonardo si innamora della sezione aurea, presentatagli da Luca, che la chiama "divina proporzione". Molti dei disegni e molte delle riflessioni delle pagine

geometriche dei codici leonardeschi hanno come tema la sezione aurea (spesso, però, i calcoli che accompagnano le figure sono piuttosto maldestri).

L'eccezionale personalità di Leonardo, i suoi molteplici interessi artistici e scientifici, il suo approccio a volte incostante, ma sempre curioso, innovativo e straordinariamente creativo fanno dunque parte integrante dell'uomo libero del Rinascimento. Secondo alcuni critici severi, Leonardo fu un uomo che «non comprese appieno il vero metodo scientifico [...] e che] non possedeva una metodologia né una filosofia di fondo» (Kline, 1991, p. 262). Ma non possiamo dimenticare che, a proposito dell'approccio alle cose della scienza, Leonardo morì quarantacinque anni prima della nascita di Galileo Galilei. Leonardo dunque seppe sfidare la cultura e l'arte del suo tempo con un acume ed una freschezza che, a distanza di mezzo millennio, non cessano di conquistare. In questa freschezza, nella ricerca appassionata e libera è, forse, il grande messaggio del mancino di Vinci.

Bibliografia

- Bagni GT., D'Amore (2006). *Leonardo e la matematica*. Firenze: Giunti.
- Chastel A. (1978). Leonardo da Vinci. Voce per l'*Enciclopedia Europea*, VI. 811-815, Milano: Garzanti.
- D'Amore B., Matteuzzi M. (1976). *Gli interessi matematici*. Venezia: Marsilio.
- Hall AR., Boas Hall M. (1979). *Storia della Scienza*. Bologna: Il Mulino.
- Jaspers K. (2001). *Leonardo filosofo*. Milano: Abscondita. (*Lionard als Philosoph*. Bern: Francke Verlag, 1953).
- Kline M. (1991). *Storia del pensiero matematico*. I-II. Torino: Einaudi, Torino (*Mathematical thought from ancient to modern times*. New York: Oxford University Press, 1972).
- Loria G. (1929-1933). *Storia delle matematiche dall'alba delle civiltà al tramonto del secolo XIX*. Torino: Sten. (Ristampa: Milano, Cisalpino-Goliardica, 1982).
- Marcolongo R. (1937). *Studi vinciani. Memorie sulla geometria e la meccanica di Leonardo da Vinci*. Napoli: Stabilimento Industrie Editoriali Meridionali.
- Marinoni A. (1982). *La matematica di Leonardo da Vinci*. Milano: Philips-Arcadia.
- Marinoni A. (1986). *Introduzione a De divina proporzione*. Milano: Silvana.
- Nardini B. (2004). *Vita di Leonardo*. Firenze: Giunti.
- Vasari G. (1964). *Vite scelte*. A cura di A.M. Brizio. Torino: UTET. (Opera originale: Firenze: Giunti, 1568).