

## **Probabilità, statistica, combinatoria: l'altra metà del cielo**

Da una parte, da sempre accettate e consolidate, stanno: aritmetica, geometria, misura, il cielo stellato e fulgido della matematica; dall'altra, dimenticate o, talvolta, ignorate: probabilità, statistica, combinatoria, l'altra metà del cielo.

Solo che oramai da vari anni sempre più la cultura scientifica spinge verso di esse; le prove internazionali sulle conoscenze raggiunte dai nostri studenti, ed anche quelle nazionali, come le prove invalsi, hanno l'acceleratore spinto in quella direzione; quelle discipline fanno capolino, timidamente appaiono test su questi temi, all'inizio fu uno, poi furono quattro, ora sempre di più. Tutto il mondo del sapere scientifico le supporta, le suggerisce, le pretende. Potremo continuare ad eludere la richiesta, ma oramai non per molto.

Che non valga la pena fare un piccolo, ulteriore sforzo?

La probabilità.

La probabilità è bellissima, si occupa di eventi dovuti al caso, dunque lì per lì sembra sfuggire alla usuale matematica della certezza e della logica degli enunciati.

Se, lanciando due dadi, il signor A scommette sulla uscita del numero 3, mentre il signor B scommette sulla uscita del numero 8, chi è favorito? Il gioco è pari (o onesto)? Hanno cioè entrambi la stessa probabilità di vincere? O no?

La passione per il gioco e per le scommesse è così diffusa che gli aspetti emotivi ed affettivi prendono il sopravvento; e così è facile sentirsi dire che vincerà A perché 3 è un numero più bello o più fortunato di 8.

Ma se uno getta due dadi, per avere 3 devono uscire tutti e tre 1, dunque c'è una sola possibilità di vittoria, 1 su 36; mentre se uno scommette sull'8, le possibilità a favore sono ben 5, molte molte di più.

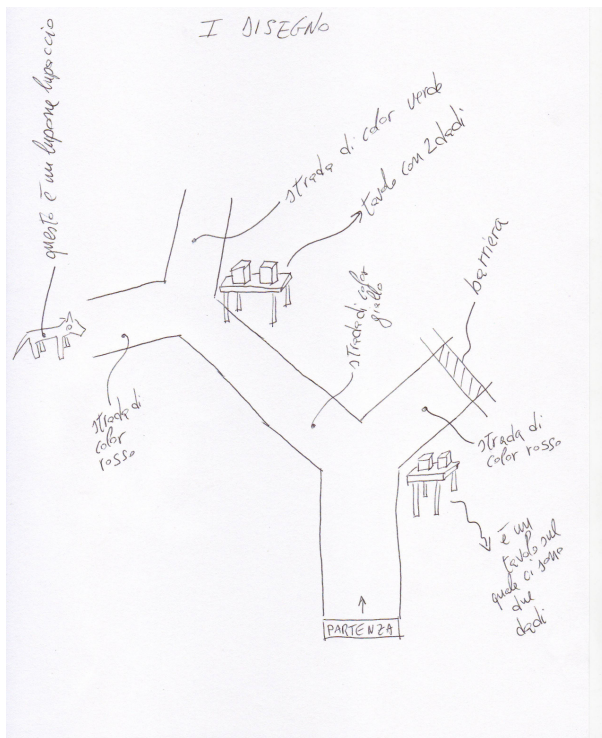
Può anche capitare che, giocando una sola partita, esca proprio il 3; ma se si fanno più partite, la sconfitta del 3 nei confronti dell'8 è più che certa.

L'analisi numerica che si richiede è minima, ma è avvincente e molto formativa, spinge a fare calcoli, paragoni, operare con le frazioni, con le percentuali, finalmente in modo concreto, vivo, avvincentemente ludico, dunque sono attività appassionanti e significative, che danno un senso reale alla matematica.

Perfino prove fatte con bambini della scuola dell'infanzia hanno esiti felici.

Il gioco del lupo.

Pierino sta percorrendo un percorso che, ogni tanto, presenta delle ramificazioni; ogni volta che arriva ad un bivio trova un tavolo sul quale giacciono due dadi; egli deve decidere che dado gettare per poter continuare il gioco e non doversi arrestare. Un esempio. Ad un certo bivio ha due possibilità, la strada verde o la strada rossa. Se getta un dado ed ottiene verde, può proseguire il gioco sul percorso verde; ma se per caso esce rosso, allora sul percorso rosso, pochi metri dopo, lo aspetta il lupo che lo mangia in un sol boccone e il percorso è finito: deve ricominciare daccapo. I due dadi sul tavolo sono i seguenti: il I ha 5 facce verdi ed 1 rossa; il II ha 1 faccia verde e 5 rosse.



Pierino può far uso del dado che preferisce. Caro Lettore, credi forse che il nostro Pierino di 5 anni abbia esitazioni? Con una certezza disarmante, sceglie di certo il dato con le 5 facce verdi! Ora, può anche succedere che esca la faccia rossa e che debba ricominciare il percorso daccapo, ma: intanto succederà assai più raramente che non l'uscita del verde; e poi, se dovesse succedere, avrà capito che in probabilità si parla di casualità, non di certezza o di verità.

Questo tipo di gioco è adatto ai primi approcci del I anno di scuola primaria, ma poi molto altro si può fare.

Bisogna stare molto attenti a non confondere "vero" con "certo", mentre la lingua italiana in questo è assai pericolosa. Il primo aggettivo ha a che fare con enunciati: è vero che « $2+3=5$ »; è vero che «Roma è la capitale d'Italia». Il secondo aggettivo ha a che fare con eventi casuali: è certo che, lanciando un dado, avrò un numero di una sola cifra; è certo che, estraendo una pallina da un sacchetto opaco che contiene solo palline rosse, io estrarrò una pallina rossa. Non devo nemmeno effettuare davvero le prove, so già che è così.

Altri aggettivi pericolosamente confusi: "falso" e "impossibile". Il primo aggettivo riguarda gli enunciati: è falso che « $3+4=12$ »; è falso che «Atene è la capitale di Spagna». Il secondo aggettivo riguarda eventi casuali: è impossibile che, lanciando un dado, esca 7; è impossibile che, pescando a caso da un mazzo di carte di ramino o di poker, esca il sette di bastoni.

Purtroppo, abbiamo visto numerosi testi che fanno una grande confusione proprio nella scelta delle attività, confondendo gli enunciati con gli eventi; e questo, certo, non aiuta né gli insegnanti né i bambini...

Altri due aggettivi che l'italiano distingue bene e che sono invece maldestramente usati: "possibile" e "probabile". Un evento casuale si dice possibile quando non è impossibile. Per esempio, se getto un dado, è possibile che esca 3; è possibile che esca un numero pari; è possibile che esca un numero tra 1 e 6; mentre è impossibile che esca 10. L'aggettivo probabile, invece, indica una misura di questa possibilità. Abbiamo appena visto che è possibile che esca 3, ed è possibile che esca un numero pari; ma è molto più probabile che esca un numero pari, piuttosto che un 3, in quanto le uscite di un numero pari sono di più, sono ben tre: 2-4-6. Mentre la probabilità che esca il 10 è nulla, zero. La possibilità indica una generica situazione, la probabilità è espressa da una frazione, o da un numero con la virgola, o da una percentuale.

Nei tre esempi precedenti:

la probabilità che esca il 3 è  $\frac{1}{6}$ , cioè 0,16 circa, cioè 16,6% circa;

la probabilità che esca un numero pari è  $\frac{3}{6}$ , cioè  $\frac{1}{2}$ , cioè 0,5, cioè 50%;

la probabilità che esca il 10 è  $\frac{0}{6}$ , cioè 0, cioè 0%.

A mio avviso e secondo le verifiche fatte da ricercatori e da sperimentatori, la probabilità può essere iniziata molto presto, ma con molta gradualità e lentezza, perché, a fronte dei primi approcci molto graditi e molto comprensibili, presenta però insidie didattiche non da poco. Bisogna che l'insegnante si prepari bene su questi temi e non si affidi semplicemente all'intuizione.

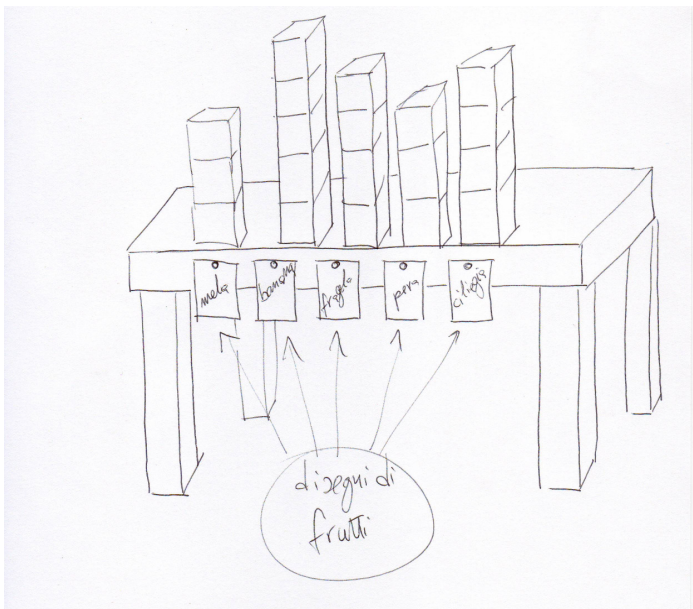
La statistica.

Un'altra disciplina troppo trascurata dalla scuola italiana, ma sempre più richiesta a livello internazionale, è la statistica; basta una statistica descrittiva, molto elementare, di base.

Anche in questo caso, voglio mostrare una bella attività effettuata con successo nella scuola dell'infanzia onde trarre ispirazione per le prime mosse nella scuola primaria.

Il gioco dei cubetti.

Ci sono molti cubetti a disposizione, tutti della stessa grandezza. E ci sono delle etichette che rappresentano frutta. Le etichette vengono attaccate lungo il bordo di un tavolo, in maniera ben evidente. Ogni bambino pone ordinatamente un cubetto in verticale, in corrispondenza del frutto preferito. In corrispondenza di ogni frutto si formano torri, più o meno alte. Il frutto la cui torre raggiunge l'altezza maggiore, vince, è il preferito.



A questo punto si possono fare varie considerazioni, anche non numeriche, anche solo qualitative, paragonando le altezze delle torri di cubetti; ma, in prima, con i numeri finalmente a disposizione, le analisi diventano subito molto più coinvolgenti ed interessanti.

Le proprietà e le preferenze sulle quali esprimersi sono infinite e le domande possono essere mille. Nella scuola primaria si introducono vari schemi per rappresentare i risultati di una inchiesta statistica e per disporre i dati raccolti in modo significativo: diagrammi a torre, areogrammi,

ideogrammi eccetera. Bisogna ricordare che passare da una rappresentazione ad un'altra è un cambio di registro semiotico; come ha messo in evidenza la ricerca, questo non è un fatto cognitivo banale e non può esser dato per scontato, bisogna procedere con cautela.

La combinatorica.

Ed infine, la combinatorica. Di che si tratta? Si tratta di tutte quelle attività che servono a conteggiare i possibili accostamenti, le possibili disposizioni, le possibili combinazioni.

Esempi. Se si gettano 2 dadi, le uscite possibili sono 36; per ognuna delle 6 uscite del primo dado, ce ne sono 6 possibili del secondo. Se abbiamo 3 pantaloni e 4 magliette, ci possiamo vestire per 12 giorni in modi diversi. Se ci sono 3 cavalli, gli arrivi possibili sono 6. Se abbiamo 2 enunciati, le coppie dei loro valori di verità sono 4.

Si tratta di una disciplina utile e bella, con sviluppi obbligati nella scuola secondaria; le cose più formali e raffinate le riserviamo, appunto, a quel livello scolastico; ma i primi passi sono utili e necessari già nella scuola primaria.

Abbiamo inoltre spesso bisogno della combinatorica proprio per calcolare la probabilità di un evento. Per esempio, se getto 2 dadi, quante sono tutte le uscite possibili? Sono 36 e non 12, come dicono molti (e non solo) bambini.

Se uno prova, con la combinatorica, a calcolare quante sono le possibili uscite casuali di 6 numeri tra 1 e 90 (cioè il gioco del superenalotto), (abbastanza) facilmente verifica che si tratta di circa 620 000 000; dunque, passando alla probabilità, la probabilità di azzeccare un superenalotto è  $\frac{1}{620000000}$ , dunque 0,0000000016 (circa). In fondo, si tratta anche di questioni etiche...

L'altra metà del cielo... matematico è costellato da stelle e sistemi solari di prima grandezza, luminosi e splendenti, che possono essere avvincenti per i nostri allievi, grazie al fascino che da essi emana; da un lato la loro concretezza, dall'altro i loro mille aspetti ludici.

Ma per decidere qual è il sapere che i nostri studenti devono costruire, preliminare è il Sapere dal quale noi dobbiamo partire per la necessaria trasposizione didattica. Il vero professionista costruisce il suo Sapere, senza mai desistere, con caparbia e decisione.

Per saperne di più

per la scuola dell'infanzia

Caldelli ML., D'Amore B., Giovannoni L. (I ed. 1984). *Il bambino matematizza il mondo*. Firenze: La Nuova Italia;

per la scuola primaria:

D'Amore B. (IV ed. 1993). *Probabilità e statistica*. Progetto Ma.S.E. vol. III. Milano: Franco Angeli.

Martha Isabel Fandiño Pinilla  
NRD, Dipartimento di Matematica, Università di Bologna