

Iori, M. (2014). La dimensione semio-cognitiva implicata nell'attività di risoluzione di problemi: Analisi di alcuni esempi. In B. D'Amore & S. Sbaragli (Eds.) (2013). *Parliamo tanto e spesso di Didattica della matematica*. Atti del Convegno Nazionale: *Incontri con la matematica*, n° 28. 7-8-9 novembre 2014, Castel San Pietro Terme (pp. 171-174). Bologna: Pitagora. ISBN: 88-371-1901-1

La dimensione semio-cognitiva implicata nell'attività di risoluzione di problemi: analisi di alcuni esempi

Maura Iori

NRD Bologna, dottoranda Università di Palermo

1. Premessa

La risoluzione di problemi di matematica solleva difficoltà sistematiche e ricorrenti a qualsiasi livello scolastico. Come mai? Qual è la natura di tali difficoltà? Gli studi e le ricerche in didattica della matematica hanno evidenziato e descritto il fenomeno sotto numerosi aspetti e in tutta la sua complessità (per una rassegna approfondita e articolata in tale ambito si veda D'Amore, 1993/2014). Ma è soltanto a partire dagli anni '90 che la ricerca ha cominciato a riconoscere che tali difficoltà derivano in gran parte dal tipo di funzionamento cognitivo che l'attività matematica richiede in maniera specifica e dalla complessità della gestione semiotica da cui la costruzione cognitiva degli oggetti matematici dipende e risulta inscindibile (Duval, 1993, 2009, 2011; D'Amore, 2001, 2006). In altre parole, tali difficoltà sono strettamente legate ai processi semiotici e cognitivi attraverso i quali l'attività matematica si costruisce e si sviluppa, ovvero al modello di funzionamento del pensiero in termini di registri semiotici e loro coordinazione, rappresentazioni semiotiche e loro trasformazioni, specifico dell'attività matematica. Perché in matematica la costruzione della conoscenza (*dimensione cognitiva*), e in particolare la risoluzione di problemi (anche di dimostrazione), è strettamente legata alla capacità di produrre o scegliere opportune rappresentazioni semiotiche, di trattare tali rappresentazioni all'interno di un dato registro e di convertire le rappresentazioni da un registro a un altro (*dimensione semiotica*) (D'Amore, 2001; D'Amore, Fandiño Pinilla, & Iori, 2013). Proprio per questo parliamo di dimensione *semio-cognitiva* (semiotica e cognitiva) implicata nell'attività matematica, e in particolare nella risoluzione di problemi.

2. La dimensione semio-cognitiva nell'attività di risoluzione di problemi

Come evidenzia Duval (2013), nella risoluzione di un problema le difficoltà derivano in gran parte dal mancato riconoscimento di una corrispondenza fra le *unità di contenuto* (unità significanti matematicamente pertinenti di una rappresentazione: parole, espressioni, simboli, unità figurali o loro combinazioni) dell'enunciato del problema (eventualmente accompagnato da una figura) e le unità di contenuto di un'altra rappresentazione (nelle stesso registro o in un registro differente) necessaria per la risoluzione del problema. Si dovrebbe dunque parlare non di una insufficiente costruzione cognitiva di oggetti (o concetti) matematici, ma di fenomeni di congruenza o di non-congruenza tra i contenuti di rappresentazioni semiotiche che si riferiscono allo stesso oggetto oppure a oggetti differenti, ovvero di *distanza cognitiva* (Duval, 1988) tra i contenuti di due rappresentazioni che possono non avere

nulla in comune (nel caso della conversione), oppure presentare somiglianze o differenze non tutte matematicamente rilevanti, seppur significative (nel caso del trattamento). In altre parole, i fenomeni di congruenza (nel caso di rappresentazioni non referenzialmente equivalenti, cioè che si riferiscono a oggetti differenti) o di non-congruenza (nel caso di rappresentazioni referenzialmente equivalenti, cioè che si riferiscono al medesimo oggetto) costituiscono una delle principali cause di blocco o di fallimento dell'attività di risoluzione di problemi. Si pensi per esempio alla non congruenza tra l'equazione di un'iperbole e la curva che la rappresenta, oppure alla congruenza tra l'equazione canonica dell'ellisse e l'equazione canonica dell'iperbole con i fuochi sull'asse delle ascisse. Qui e più in generale la scelta delle trasformazioni (trattamenti o conversioni) più efficaci risulta decisiva, anzi cruciale, per la risoluzione di un problema e strettamente legata al riconoscimento del medesimo oggetto in rappresentazioni che non hanno nulla in comune (non congruenti) o di oggetti differenti in rappresentazioni "simili" per qualche aspetto (congruenti). Un'analisi delle attività di risoluzione di problemi, non solo in termini di introduzione o di acquisizione di concetti, ma anche e soprattutto in termini di scelta e di trasformazioni di rappresentazioni semiotiche, si rivela dunque fondamentale e di straordinario interesse per l'insegnamento-apprendimento della matematica in generale, e per la formazione degli insegnanti in particolare. Nell'ambito del seminario saranno presentati diversi esempi di analisi semio-cognitiva di attività di risoluzione di problemi; qui per brevità ci limitiamo a presentarne uno, evidenziandone gli aspetti più rilevanti per l'insegnamento-apprendimento.

Problema: Su un foglio rettangolare, che ha dimensioni 26 cm e 42 cm, viene stampato un testo lasciando in ognuno dei lati un bordo bianco di x cm. Scrivi una formula che fornisca la misura A dell'area della parte stampata al variare della misura x del bordo. Indica il dominio della funzione e quale valore essa assume per $x = 2$. Se si vuole che l'area sia 897 cm^2 , quanto deve misurare x ? (Bergamini, Trifone, & Barozzi, 2012, p. 119).

In figura 1 sono evidenziati i tipi di registri mobilitati e la loro articolazione nella risoluzione del problema, sulla base della tabella utilizzata da Duval (2011, p. 118) per la classificazione dei tipi di registri semiotici. Notiamo anzitutto che la conversione dell'enunciato del problema dal registro della lingua naturale al registro algebrico (utilizzando eventualmente il registro delle configurazioni geometriche) non presenta particolari difficoltà, ovvero la distanza cognitiva tra i contenuti delle rappresentazioni nei registri mobilitati non è molto elevata. Diverso è il caso della conversione dal registro algebrico a quello grafico. Seppur non necessaria per la risoluzione del problema, l'articolazione con un ulteriore registro rafforza e consolida la comprensione, ovvero la costruzione cognitiva. Possiamo inoltre notare come la conversione diretta (indicata da frecce nere dritte a tratto continuo) e la sua inversa (indicata da frecce nere punteggiate) costituiscano due compiti cognitivi completamente differenti, come i trattamenti all'interno di un registro (freccia a spirale) rispetto ai trattamenti corrispondenti in un altro registro. Tuttavia, la coordinazione sinergica dei vari registri, necessaria per la comprensione concettuale in matematica, richiede non soltanto la capacità di effettuare trattamenti all'interno di ogni registro mobilitato, ma anche la capacità di effettuare conversioni tra i registri in entrambi i versi, senza privilegiarne una soltanto (come capita spesso).

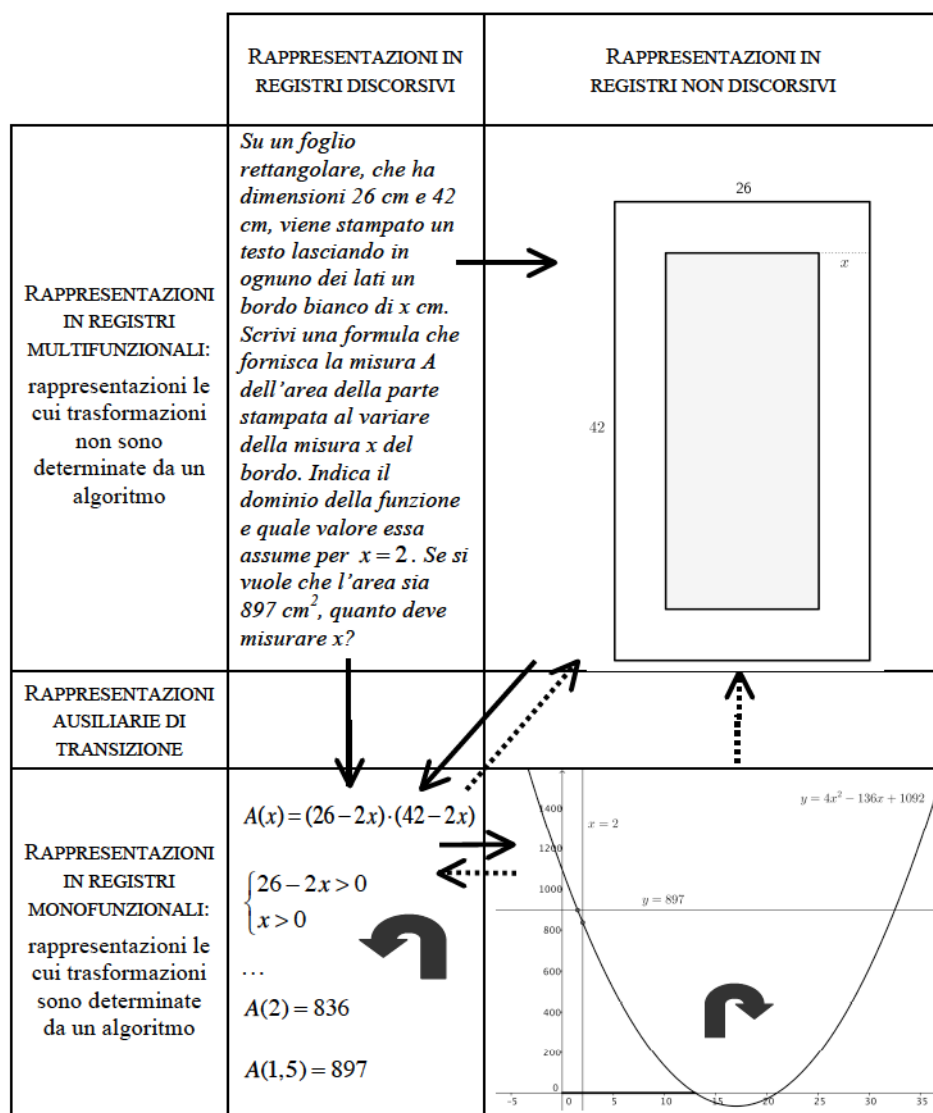


Figura 1. Tipi di registri mobilitati e loro articolazione nella risoluzione di un problema.

3. Conclusione

La comprensione delle difficoltà che incontrano gli studenti nell'attività di risoluzione di problemi, e più in generale in matematica, richiede da parte dell'insegnante una forte articolazione del punto di vista matematico (focalizzato sugli oggetti o sui concetti matematici, sulle proprietà, sugli algoritmi, sulle dimostrazioni, ovvero sui contenuti da insegnare) con quello semio-cognitivo (focalizzato sul modo di vedere, di esplorare, di ragionare, di passare da una rappresentazione a un'altra, considerando gli oggetti matematici come accessibili unicamente attraverso le rappresentazioni semiotiche prodotte) (Duval, 2009, 2012). Tale articolazione permette di svelare tutta la complessità dei processi di comprensione sottostanti le attività matematiche, complessità che il punto di vista matematico, da solo, spesso nasconde.

Bibliografia

- Bergamini, M., Trifone, A., & Barozzi, G. (2012). *Matematica.blu 2.0*. Vol. 3. Bologna: Zanichelli.
- D'Amore, B. (1993/2014). *Problemi. Pedagogia e psicologia della matematica nell'attività di problem solving*. Progetto Ma.S.E., vol. XA. Milano: Franco Angeli.

- [Versione ampliata e aggiornata: *Il problema di matematica nella pratica didattica*. Modena: Digital Docet, 2014].
- D'Amore, B. (2001). Concettualizzazione, registri di rappresentazioni semiotiche e noetica. *La matematica e la sua didattica*, 2, 150-173.
- D'Amore, B. (2006). Oggetti matematici e senso. Le trasformazioni semiotiche cambiano il senso degli oggetti matematici. *La matematica e la sua didattica*, 4, 557-583.
- D'Amore, B., Fandiño Pinilla, M. I., & Iori, M. (2013). *Primi elementi di semiotica. La sua presenza e la sua importanza nel processo di insegnamento-apprendimento della matematica*. Prefazioni di Raymond Duval e Luis Radford. Bologna: Pitagora.
- Duval, R. (1988). Ecartés sémantiques et cohérence mathématique. *Annales de Didactique et de Sciences cognitives*, 1, 7-25.
- Duval, R. (1993). Registres de représentations sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 5, 37-65.
- Duval, R. (2009). Sémiosis, pensée humaine et activité mathématique. *AMAZÔNIA - Revista de Educação em Ciências e Matemáticas*, 6(11-12), 126-143.
- Duval, R. (2011). *Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas*. Organização de Tânia M. M. Campos. Tradução de Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM.
- Duval, R. (2012). Quelles théories et quelles méthodes pour les recherches sur l'enseignement des mathématiques? *Práxis Educativa*, 7(2), 305-330.
- Duval, R. (2013). Les problèmes dans l'acquisition des connaissances mathématiques: apprendre comment les poser pour devenir capable de les résoudre? *REVEMAT: revista eletrônica de educação matemática*, 8(1), 1-45.

Parole chiave: semiotica; analisi semio-cognitiva; problemi; rappresentazioni semiotiche; registri semiotici.